**В УМК «Школа России» преобразование задач состоит из выполнения учениками таких действий:**

1. **Анализ текста задачи, изменение условия, числовых данных или вопроса задачи.**

Пример 1. Изменение вопроса задачи. Дана задача: «На одном столе лежало 5 книг, на другом столе на 2 книги больше. Сколько книг лежало на втором столе?» Задание: измените вопрос задачи так, чтобы она решалась в два действия. Второклассники составляют краткую запись.

I стол - 5 кн. ?

II стол - ?, на 2 кн. Больше

На основе составленной краткой записи ребята составляют задачу на нахождение суммы с вопросом «Сколько книг на двух полках?»

Пример 2. Дана задача: «Катя, Лена и Наташа купили по 4 тетради каждая, а Петя купил 8 тетрадей. Сколько всего тетрадей купили ребята?» Измените условие задачи, предполагая, что 4 тетради или 8 тетрадей мог купить любой из детей. Какие задачи получатся? (Катя и Лена купили по 4 тетради каждая, а Петя и Наташа купили 8 тетрадей каждый. Сколько всего тетрадей купили ребята? Катя купила 4 тетради каждая, а Лена, Петя и Наташа купили по 8 тетрадей каждый. Сколько всего тетрадей купили ребята?) Как можно изменить условия этих трех задач, чтобы их решение не изменилось? (Решение не зависит от того, кто из детей купил 4 тетради или 8 тетрадей, важно, сколько детей купило 4 или 8 тетрадей.)

2) **Изменение связей между числовыми данными в условии задачи.**

Пример 3. В задаче: «В красной вазе стояло 7 роз, а в зеленой на 4 розы меньше. Сколько роз стояло в двух вазах?» измените в условии слово «меньше» на слово «больше». Решите обе задачи, объясните, как изменилось решение и почему. Школьники составляют задачу: «В красной вазе стояло 7 роз, а в зеленой на 4 больше. Сколько роз стояло в двух вазах?»

В этих задачах изменено отношение между объектами задачи: задача на уменьшение числа на несколько единиц преобразована в задачу на увеличение числа на несколько единиц.

 Пример 4. В задаче: «В красной вазе стояло 7 роз, а в зеленой на 4 розы больше. Сколько роз стояло в двух вазах?» условие «на 4 розы больше» измените на условие «в 4 раза больше». Решите обе задачи, объясните, как изменилось решение и почему.

В этих задачах изменение условия приводит к изменению вида задачи: задача на увеличение числа на несколько единиц преобразуется в задачу на увеличение числа в несколько раз.

Такого рода преобразования помогают ученикам осознать разницу между этими отношениями и способствуют предупреждению ошибок в выборе действия при решении задачи.

1. **Изменение вопроса задачи, наблюдение изменения ответа.**

После решения задачи: «Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из Москвы и Киева. Московский поезд проходил 68км в час, а киевский 75км в час. Через сколько часов поезда встретятся, если расстояние от Москвы до Киева 858км?» ребята выполняют задание. Измените вопрос задачи так, чтобы спрашивалось о расстоянии. Учащиеся могут поставить такие вопросы: «На каком расстоянии от Москвы (от Киева) произошла встреча? Какое расстояние прошел каждый поезд до встречи? Какое расстояние надо пройти каждому поезду после встреча до места назначения? На сколько километров больше прошел до встречи киевский поезд?

Такого рода преобразования помогают осознать связи между величинами «скорость, время, расстояние», сравнить способы нахождения этих величин, понимать такие отношения, как «расстояние, пройденное до встречи», расстояние, пройденное одним поездом» и т.д.

1. **Преобразование данных задач в задачи родственных им видов (в задачи с величинами, имеющими одинаковую зависимость).**

Пример 5. При изучении темы «Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям» школьники решают задачу на нахождение четвертого пропорционального: Маша купила 6 тетрадей и заплатила за все тетради 144 рубля. Сколько рублей заплатит Маша, если купит 8 тетрадей по той же цене? Анализ задачи перед составлением новой сводится к выявлению, почему Маша во второй раз заплатила больше денег?

Новая составленная задача. Маша купила 6 тетрадей и заплатила за все тетради 144 рубля. Сколько рублей заплатит Маша, если она купит по той же цене на 2 тетради больше? (Маша купила 8 тетрадей и заплатила за все тетради 192 рубля. Сколько рублей заплатит Маша, если она купит по той же цене на 2 тетради меньше?)

В ходе решения задачи ученики анализируют ее, меняют условие на основе решения. Задача на пропорциональное деление помогает в поиске решения задачи по двум разностям, в осознании зависимости, что при одинаковой цене стоимость увеличится, если увеличится количество тетрадей, и наоборот.

1. **Составление аналогичной задачи с измененными сюжетом, числами или величинами.**

Пример 6. Решите задачу, составьте похожую задачу о книгах. У Вити 5 дисков о морских путешествиях, а дисков о тайнах Земли на 2 больше. Сколько дисков у Вити?

Пример 7. Решите задачу, составьте похожую задачу, с другими числами. У Вити 5 дисков о морских путешествиях, а дисков о тайнах Земли на 2 больше. Сколько дисков у Вити?

Пример 8. Решите задачу, составьте похожую задачу, изменив расстояние массой. Туристы прошли 5 км по горам, а по горной реке проплыли на 2 км больше. Сколько км туристы прошли за два дня?

Составление аналогичных задач, т.е. составление задач, имеющих одинаковую математическую структуру, не изменяя связь между данными и искомым, формирует понимание математической модели задачи, развивает умение абстрагироваться, обобщать. Задания на составление аналогичной задачи предлагаются после решения данной готовой задачи.

1. Составление обратных задач.

Туристы за три дня прошли 68 км. В первый день они прошли 25 км. Сколько км прошли туристы во второй день, если в третий день они прошли на 2 км меньше, чем в первый? Обратные задачи. Туристы за три дня прошли 68 км. В третий день они прошли 23 км. Сколько км прошли туристы во второй день, если в первый день они прошли на 2 км больше, чем в первый?

 Составление обратной задачи – это составление задач, в которых «при тех же условиях одно из данных первой задачи служит искомым во второй и искомое первой входит в число данных второй. Составление обратной задачи – это способ осмысления школьниками взаимосвязей, взаимно-обратных отношений между данными и искомыми задачи.

1. **Изменение условия для получения из данной задачи нескольких простых и наоборот.**

Пример 9. Решите задачу. Измените ее условие так, чтоб она решалась в два действия. «У Насти было 20 руб. Она купила ручку, которая стоит 8 руб. Сколько денег у нее осталось?». Ученики могут преобразовать задачу так: «У Насти было 20 руб. Она купила ручку по цене 8 руб. и карандаш по цене 7 руб. Сколько денег у нее осталось?». Можно наоборот, предлагать детям задачи в 2 действия. Видоизменяя условия, дети должны из составной задачи сделать простую. Изменение условия и вопроса задачи дает возможность решить не одну, а несколько задач, более полно использовать условие и требование задачи, экономить время. Данный вид упражнений развивают мышление учащихся, помогает обобщению знаний о связях между данными и искомым.

1. **Составление задачи к данному числовому выражению и обоснование выбора арифметических действий.**

Пример 9. Сравните выражения: (64 -26) : 2; 64 – 26 : 2. Чем они отличаются, чем похожи? Расставьте порядок выполнения действий и найдите значение каждого выражения. Составьте две задачи так, чтобы решениями этих задач были данные выражения.

Такие задания закрепляют порядок действий в числовых выражениях, роль скобок в числовом выражение на предметном, практическом содержании.

1. **Дополнение текста задачи в соответствии с данным решением.**

Пример 10. Найдите значение выражения: 8∙3 + 42∙4 + 120. Решите задачу, записав ее решение с помощью выражения. Для оформительского кружка купили 3 карандаша по 8 рублей, 4 альбома по 42 рубля. Сколько рублей заплатили за всю покупку? Сравните решение задачи с данным числовым выражением. Измените задачу так, чтобы ее решение соответствовало данному выражению. Объясните, какое условие нужно добавить и почему?

1. **Дополнение текста задачи в соответствии с данной схемой или схемы в соответствии с задачей.**

Пример 11. Решите задачу, составив к ней схему. Из пунктов А и В одновременно навстречу вышли товарный и пассажирский поезда, которые встретились через 4 часа. Найдите расстояние между пунктами А и В, если скорость товарного поезда 40 км/ч, а скорость пассажирского поезда – 60 км/ч.

 60 км/ч 40 км/ч

 10 км

 А 4 ч В С

 ?

Сравните данную схему со схемой, составленной к задаче. Измените условие задачи так, чтобы данная схема соответствовала ее условию. Какую величину нужно изменить в задаче и почему?

Пример 12. Из города в село одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Велосипедист ехал со скоростью 10 км/ч, мотоциклист – со скоростью 40 км/ч. Какое расстояние было между мотоциклистом и велосипедистом через 3 часа?

40 км/ч

 10км/ч 3 ч

Рассмотрите схему к задаче. Найдите в ней недостающие условия. Измените схему так, чтобы она соответствовала задаче. (В схеме не хватает вопроса и обозначения о том, что велосипедист был в пути 3 часа).

Выполнение этого задания развивает коммуникативные универсальные учебные действия, в частности, умение читать схемы, переводить информацию, заданную словесно, в схематическую или символическую форму, помогает усваивать отношения и взаимосвязи между тройкой величин: скорость, время, расстояние.

1. **Конструирование текстов несложных задач по таблице, другой схематической модели.**

Пример 13. На курсах английского языка занимается 200 человек. Детей в 4 раза меньше, чем взрослых. Сколько взрослых и детей занимается на этих курсах? Найди в таблице ответ на вопрос задачи. Объясни. Измени составленную задачу так, чтобы количество людей, изучающих английский язык, равнялось 200, а соотношение взрослых и детей было другим. Сколько таких задач можно составить? Составь похожие задачи по таблице. Выбери для составления задачи число 180.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Взрослые | 120 | 160 | 150 | 160 | 100 | 150 |
| Дети | 30 | 20 | 30 | 40 | 20 | 50 |

Это задание развивает вариативное мышление. Например, для числа 200, когда одно из чисел равно 150, другое – 50, можно составить восемь задач: четыре задачи, с условиями: взрослых в 3 раза больше, чем детей; детей в 3 раза меньше, чем взрослых; взрослых на 50 человек больше, чем детей; детей на 50 человек меньше, чем детей. Еще 4 задачи можно составить, если взять эти же отношения в косвенной форме.

Итак, в УМК «Школа России» к преобразованию задач относится изменение условия, вопроса, числовых данных задачи, связей между данными и искомыми задачи, формы представления задачи, а также составление обратных задач. Задания на преобразование задач включены с целью формирования умения анализировать задачу, осмысления конкретного смысла арифметических действий, отношений между данными и искомыми, а также развития логического мышления, познавательных, коммуникативных универсальных учебных действий.

**В УМК «Гармония»** преобразование задач является одним из этапов работы над задачей. Все одиннадцать видов основных преобразований, используемых в УМК «Школа России», в УМК «Гармония» представлены. Перечень дополнительных видов преобразования задач.

1. **Анализ текста задачи, изменение условия, числовых данных или вопроса задачи с расширенным списком возможных задач.**

Пример 1. Реши задачу: «У Саши было 50 руб. Он купил машинку, которая стоит 18 руб. Сколько денег у него осталось?», измени условие задачи так, чтобы она решалась в два, в три, в четыре действия, реши измененную задачу. Преобразованные задачи: 1)У Саши было 50 руб. Он купил машинку, которая стоит 18 руб., и чупа-чупс, который стоит 3 руб. Сколько денег у него осталось? 2) У Саши было 50 руб. Бабушка дала ему еще 20 рублей. Он купил машинку, которая стоит 18 руб., и чупа-чупс, который стоит 3 руб. Сколько денег у него осталось? 3) У Саши было 50 руб. Он купил машинку, которая стоит 18 руб., и два чупа-чупса по цене 3 руб. Сколько денег у него осталось? 4) У Саши было 50 руб. Бабушка дала ему еще 20 рублей. Он купил машинку, которая стоит 18 руб., и два чупа-чупса по цене 3 руб. Сколько денег у него осталось?

 Пример 2. Реши задачу: «Папа надул 8 красных воздушных шариков, а голубых – на 2 шарика больше. Сколько голубых шариков надул папа?» Измени вопрос задачи так, чтобы она решалась в два действия. «Папа надул 8 красных воздушных шарика, а голубых – на 2 шарика больше. Сколько всего шариков надул папа?»

Пример 3. Реши задачу: «В магазин привезли 10 кукол и 15 машинок. Семь игрушек продали. Сколько игрушек осталось в магазине?» Измени ее условие рак, чтобы задача была короче. «В магазин привезли 25 игрушек. Семь игрушек продали. Сколько игрушек осталось в магазине?»

 2) **Сопоставление задач и их видоизменение - первой по образцу второй, а второй по образцу первой.**

Пример 4. Реши задачи: 1) Мальчик успел решить на уроке 3 столбика примеров, по 6 примеров в каждом столбике, а его сосед на 2 примера меньше. Сколько примеров решил второй мальчик? 2) В одном доме 3 этажа и в каждом этаже по 6 окон, а в другом доме на 2 окна больше. Сколько окон во втором доме? Сравни задачи. Чем они похожи, чем отличаются? Объясни, почему в задаче про мальчиков второе действие – вычитание, а в задаче про окна – сложение. Измени первую задачу так, чтобы она решалась как вторая и вторую, чтобы она решалась как первая.

Целью выполнения таких преобразований является осмысление учениками отношений «больше на несколько единиц», «больше в несколько раз», «меньше на несколько единиц», «больше в несколько раз», формирование умения правильно выбрать действие для каждого отношения.

**3)Изменение условия или вопроса задачи так, чтобы ответ был неизменным.**

Пример 5. Реши задачу: «Большой кенгуру сделал 3 прыжка по 8 метров, а затем в обратную сторону 2 прыжка по 9 метров. Какое расстояние преодолел кенгуру?» Измени условие или числа в задаче так, чтобы ответ задачи остался тем же. Выясни чем похожи все составленные задачи. Объясни, почему ответ задачи не изменяется при изменении числовых данных.

После анализа и решения задачи ученики составляют: 1) Большой кенгуру пропрыгал 24 метров вперед и 18 метров назад. Какое расстояние преодолел кенгуру?; 2) Большой кенгуру пропрыгал 24 метра вперед, а назад на 6 метров меньше. Какое расстояние преодолел кенгуру?; 3) Большой кенгуру пропрыгал 24 метра вперед и 2 прыжка по 9 метров назад. Какое расстояние преодолел кенгуру?; 4) Большой кенгуру сделал три прыжка по 8 метров, а затем преодолел путь в обратную сторону 18 метров. Какое расстояние преодолел кенгуру?; 5) Большой кенгуру сделал три прыжка по 8 метров, а затем в обратную сторону три прыжка по 6 метров. Какое расстояние преодолел кенгуру?; 6) Большой кенгуру сделал 8 прыжков по 3 метра, а затем в обратную сторону 9 прыжков по 2 метра. Какое расстояние преодолел кенгуру?

Этот вид преобразования задач формирует умение составлять математическую модель задачи, переводить сюжет задачи на язык математических отношений и понятий, способствует осмыслению учениками смысла арифметических действий. Дети приходят к выводу, что ответ задачи не меняется, т.к. в каждой задаче путь кенгуру состоит из прыжков вперед и назад, причем расстояние кенгуру, пройденное вперед и пройденное назад, во всех задачах одинаковое.

4) **Сокращение решения задачи с неизменным ответом.**

Пример 6. Реши задачу: «В двух салонах автобуса находилось по 9 пассажиров в каждом. Сколько пассажиров оказалось в автобусе после остановки, если 4 человека вышли, а 7 вошли?» Измени ее условие так, чтобы она решалась меньшим количеством действий. Ребята решают задачу: 9 ⋅ 2 – 4 + 7 = 21(ч.). Анализ задачи показывает, что можно заменить выражение 9 ⋅ 2 числом 18. Дети составляют новую задачу: «В автобусе находилось 18 человек. Сколько пассажиров стало в автобусе после остановки, если 4 человека вышли, а 7 вошли?». Анализируя решение задачи, дети замечают, что пассажиров стало на 3 человека больше. Измененная задача: «В автобусе находилось 18 человек. Сколько пассажиров стало в автобусе после остановки, если пассажиров стало на 3 человека больше?»

Пример 7. Реши задачу: «В магазин привезли 4 ящика огурцов по 20 кг в каждом. Сколько всего огурцов привезли?» Измени задачу так, чтобы она решалась в два действия. Ученики могут предложить следующие задачи: «В магазин привезли 4 ящика огурцов по 20 кг в каждом и 2 ящика по 15 кг. Сколько всего огурцов привезли?». «В магазин привезли 4 ящика огурцов по 20кг в каждом. Продали 15 кг сколько огурцов осталось?» и т.д.

Выполнение сокращения задачи способствует формированию умения составлять математическую модель задачи, осмыслению конкретного смысла арифметических действий.

**5)** **Составление краткой записи к задаче, изменение краткой записи и формулировка новых задач.**

Пример 8. Составь краткую запись к задаче: «В детский сад привезли 47 кг яблок. Это на 15 кг больше, чем апельсинов. Сколько килограммов свежих фруктов привезли?» Измени в краткой записи слова «больше» и «меньше». Сколько новых задач получится? Реши каждую. Решения каких задач совпали? Почему?

Я. – 47 кг, это на 15 кг больше ?

А. - ?

После анализа задачи ребята составляют краткие записи:

1) Я. – 47 кг, это на 15 кг меньше ?

 А. - ?

2) Я. – 47 кг ?

 А. - ? на 15 кг больше

3) Я. – 47 кг ?

 А. - ? на 15 кг меньше

Школьники после формулировки новых задач решают их. Работа по преобразованию кратких записей формирует предметное умение – понимание отношения увеличения и уменьшения числа в на несколько единиц в прямой и косвенной форме, а также коммуникативные универсальные учебные действия, в частности, умение переводить словесную модель задачи или ее условия в схематическую модель, умение свертывать информацию, видеть отношения между данными в задаче.

Это преобразование, выполненное без краткой записи является изменением связей между числовыми данными в условии задачи.

6) **Выбор вопросов, соответствующих данному условию, на которые можно ответить, пользуясь данным условием или выбор условий, соответствующих данному вопросу.**

Пример 9. На кочке сидели 4 лягушки. Одна прыгнула в воду. Сколько лягушек прыгнуло в воду? Проверьте, является ли этот текст задачей. Придумайте вопрос к условию задачи.

Пример 10. Прочитайте задачу. Как нужно ее изменить? И почему? Мама купила 5 пачек соли. Две съели за обедом. Сколько пачек соли осталось?

Пример 11. Прочитайте тексты слева и справа. Соедините их так, чтобы получилась задача. Решите ее. Выберите другой вопрос. Решите составленную задачу. Придумайте свои вопросы.

|  |  |
| --- | --- |
| Оля, Петя, Ваня и Катя соревновались в беге.  | За сколько секунд пробежал дистанцию Ваня?  |
| Оля пробежала дистанцию за 43 секунды. | За сколько секунд пробежала дистанцию Катя? |
| Катя прибежала к финишу через 6 секунд после Вани. | За сколько секунд пробежали Оля и Ваня? |
| Петя пробежал на 1 секунду быстрее, чем Ваня. | За сколько секунд пробежали все дети?  |
| Ваня пробежал на 2 секунды быстрей, чем Оля. | Кто пришел к финишу первым?  |
|  | *Вопросы детей.* |
|  | Кто пришел к финишу последним?  |
|  | Распределите первые три места между детьми в соревнованиях по бегу. |
|  | За сколько секунд пробежал дистанцию Петя?  |
|  | За сколько секунд пробежала дистанцию Оля? |
|  | На сколько секунд Петя пробежал быстрее Вани? |

По данным условиям и вопросам можно придумать более 20 задач. Такого рода преобразования помогают детям осмысливать связи между данными и искомыми, формируют понимание структуры задачи, ее частей, а также развивают логическое и творческое мышление.

**7) Изменение (дополнение или сокращение) текста задачи в соответствии с данным решением.** К этому виду преобразования относится удаление из текста задачи предложений, словосочетаний, слов с условием сохранения необходимых элементов задачи, или проверка результатов удаления из текста задачи, выполненного кем-то. К этому виду преобразования относятся задачи с недостающими и избыточными условиями.

Пример 12. Найди значения выражений (23 +24) - (12 + 11) и

(23 – 12) + (24 - 11). Какое выражение является решением ниже приведенной задачи? Измени условие или вопрос задачи так, чтобы ее решением было данное выражение.

В 3а классе 23 человека, из них 12 мальчиков, в 3б классе 24 человека, из них 11 мальчиков. Сколько девочек в 3а классе?

Пример 13. Выбери из предложенных записей задачу с избыточными данными, измени её условие и реши.

1. Миша вырезал 13 белых снежинок, 17 голубых снежинок и 10 шаров. Сколько снежинок вырезал Миша?
2. У Кати 14 снежинок, а у Маши на 4 снежинки меньше. Сколько снежинок у Маши?
3. У Пети было несколько снежинок, а у Димы было 20 снежинок. Сколько снежинок было у мальчиков?

Пример 14. Решите задачу. Уберите данные, которые не нужны при решении задачи. Карлсон съел на завтрак 5 булочек, 6 мороженых, 2 ананаса, 3 шоколадки и 4 груши. Сколько фруктов съел Карлсон на завтрак?

Пример 15. Золушка перебрала за день 3 мешка с рисом и 4 мешка с гречкой. Сколько раз танцевала на балу Золушка с Принцем? Прочитайте задачу. Придумайте вопрос, чтобы он был связан с условием задачи.

**Выводы.**

В УМК «Школа России» задания на преобразование задач являются одним из дидактических приемов обучения решению задач. Они включены с целью формирования умения анализировать задачу, осмысления конкретного смысла арифметических действий, отношений между данными и искомыми, а также развития логического мышления, познавательных, коммуникативных универсальных учебных действий.

В УМК «Гармония» система упражнений целенаправленно формирует умение преобразования задач на репродуктивном, творческом уровне, как интегративное творческое умение. Все виды преобразования задачи, выполняемые УМК «Школа России» в УМК «Гармония» включены и дополнены еще семью видами преобразований.

В учебнике Н.Б. Истоминой предложена трехэтапная система формирования этого умения: знания-знакомства, умения-копии, продуктивного умения (по классификации Беспалько В.Л.).На первом этапе после совместного решения задачи учитель преобразовывает задачу, ученики наблюдают за этим и затем решают преобразованную задачу. С целью формирования умений-копий после решения и преобразования задачи дети решают задачу, аналогичную первой и по аналогии преобразовывают ее и составляют алгоритм преобразования. Для формирования продуктивных умений самостоятельного преобразования задачи дети решают задачу, по памятке преобразовывают решенную задачу и затем решают преобразованную задачу.