ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЗАДАНИЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ”.

СМИРНОВА З.Г.       ЛАПИНА Е.В.

КОЛЛЕДЖ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА ДГТУ.

В современном мире математическая подготовка является важным компонентом в подготовке квалифицированных специалистов. В настоящее время в России намечена перспектива совершенствования математического образования. Одним из направлений совершенствования учебного процесса является применение информационных технологий для демонстрации учебного материала или более глубокого его усвоения.

В настоящее время информационные технологии стали неотъемлемой частью практически каждого занятия по математическим дисциплинам, органично вплетаясь в его структуру, и преподаватели активно вносят наглядность на занятия по математике.

Использование информационных технологий на занятиях не ограничивается мультимедийными презентациями с использованием мультимедийных экранов. Технические возможности учебных заведений постепенно улучшаются, увеличивая возможности применения различных программных средств обеспечения учебного процесса.

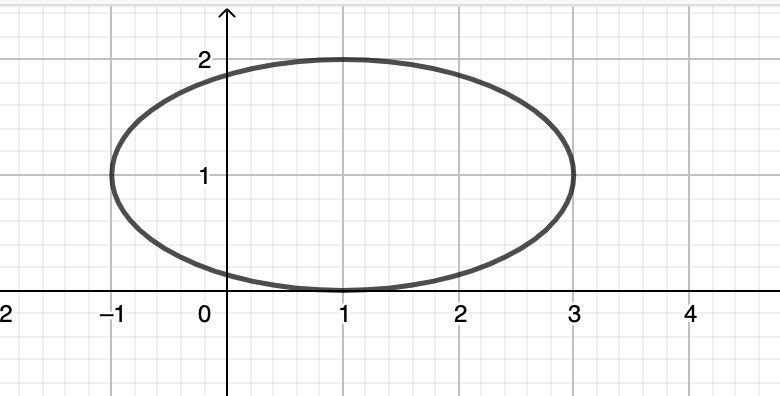
В качестве инструмента для обеспечения наглядности математических моделей была выбрана бесплатная, кроссплатформенная динамическая математическая программа GeoGebra. Ее активное использование на занятиях по дисциплине «Элементы высшей математики», дает возможность оптимизировать учебный процесс, более рационально используя время на различных этапах урока, проводить индивидуальную работу, снизить эмоциональное напряжение на уроке, внося в него элемент игры, расширять кругозор, развивать познавательную активность обучащихся.

Данную программу возможно применять во время изучения разделов «Элементы аналитической геометрии», «Введение в анализ», «Комплексные числа», «Интегральной исчисление функции одной действительной переменной», «Функции двух действительных переменных».

Возможность использования GeoGebra в режиме online удобно для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы студентов, для повторения и более глубокого усвоения изученного  материала и его применения на практике, развития творческих способностей, а также для совершенствования умений и навыков самостоятельно пополнять, расширять и упрочивать знания.

Продемонстрируем опыт применения GeoGebra для выполнения самостоятельной внеаудиторной работы.

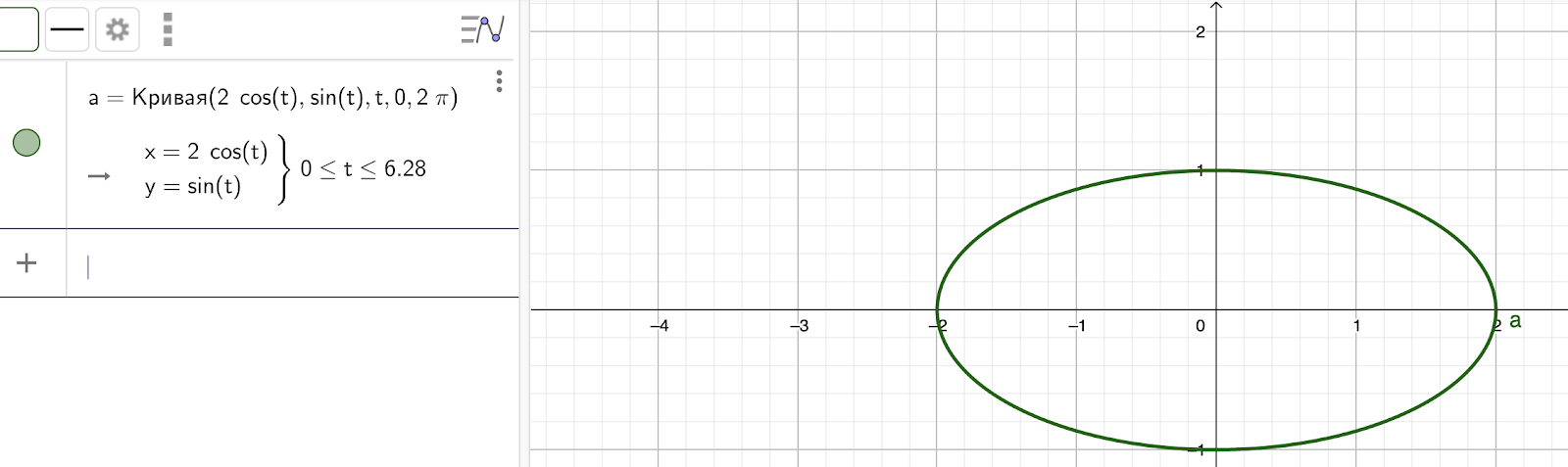
При выполнении заданий по теме «Прямая на плоскости. Кривые второго порядка» студентам можно дать индивидуальные задания с готовым чертежом кривой второго порядка.



Студент должен построить такую кривую с помощью GeoGebra. Для этого ему нужно изучить учебную литературу, лекционный материал, по чертежу определить начальные условия, (координаты центра кривой второго порядка, величины больших и малых полуосей или действительной и мнимой полуоси, радиуса в случае окружности, уравнения директрисы для параболы, и.т.д). По ним составить каноническое уравнение кривой, ввести его в поле ввода и построить данную кривую. Важно, что инструмент построения эллипса дает возможность ее построения по фокусам и точке на эллипсе. В нашем же задании фокусы не даны. Поэтому построение эллипса по готовому чертежу требует знания теоретического материала и вывода формулы по имеющимся данным на чертеже.

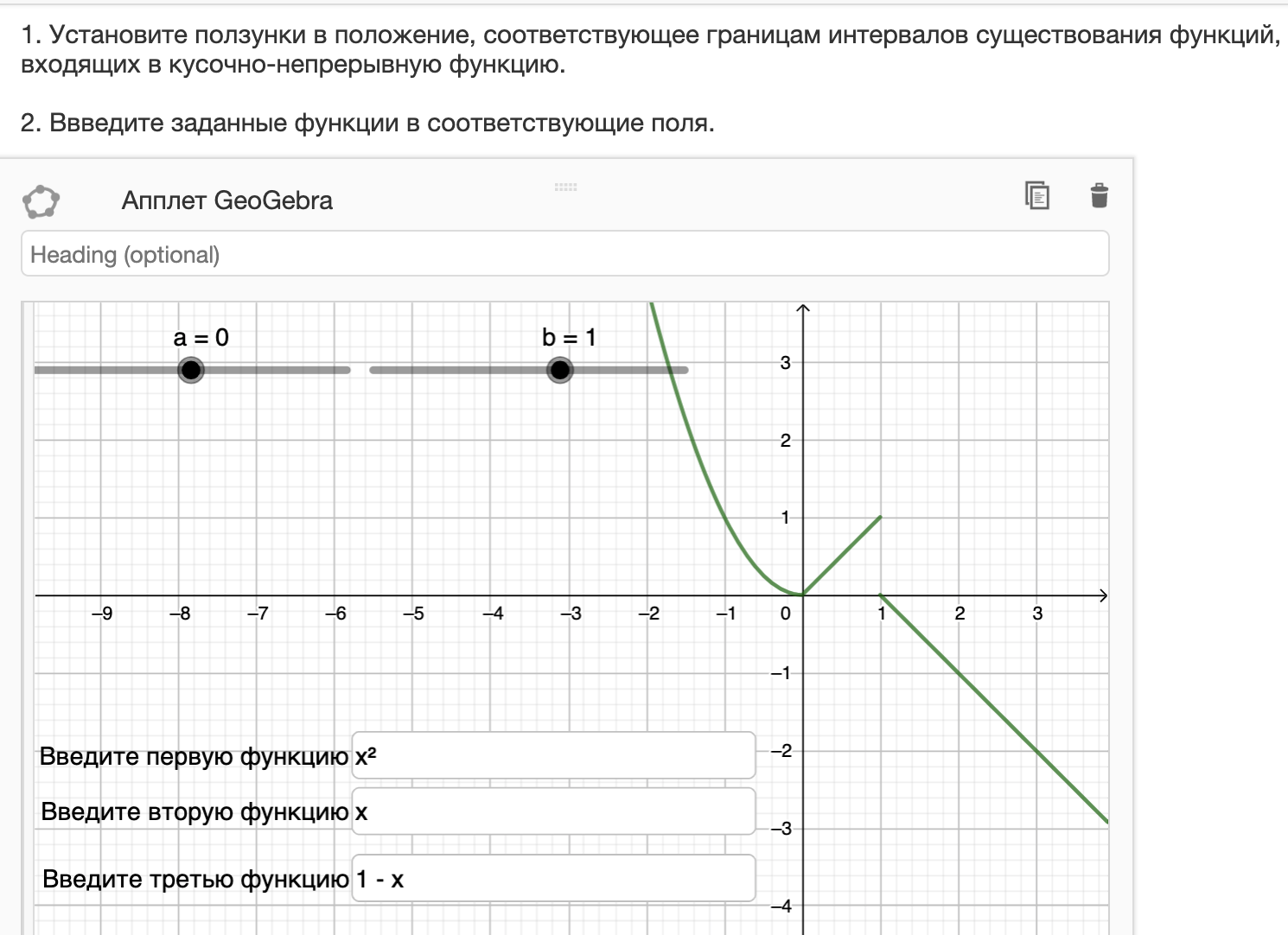
Ссылка на задание: <https://www.geogebra.org/m/cstqwfqg>

При изучении темы «Введение в анализ»  студенты знакомятся с функциями, заданными неявно и параметрически. В самостоятельную работу студентов можно включить построение графиков таких функций с помощью инструмента Кривая, которому в качестве аргументов задаются зависимости переменных *х* и *у* от параметра, сам параметр, и начальные и конечные значения интервала построения функции (для функции заданной параметрически), или уравнение неявно заданной функции.



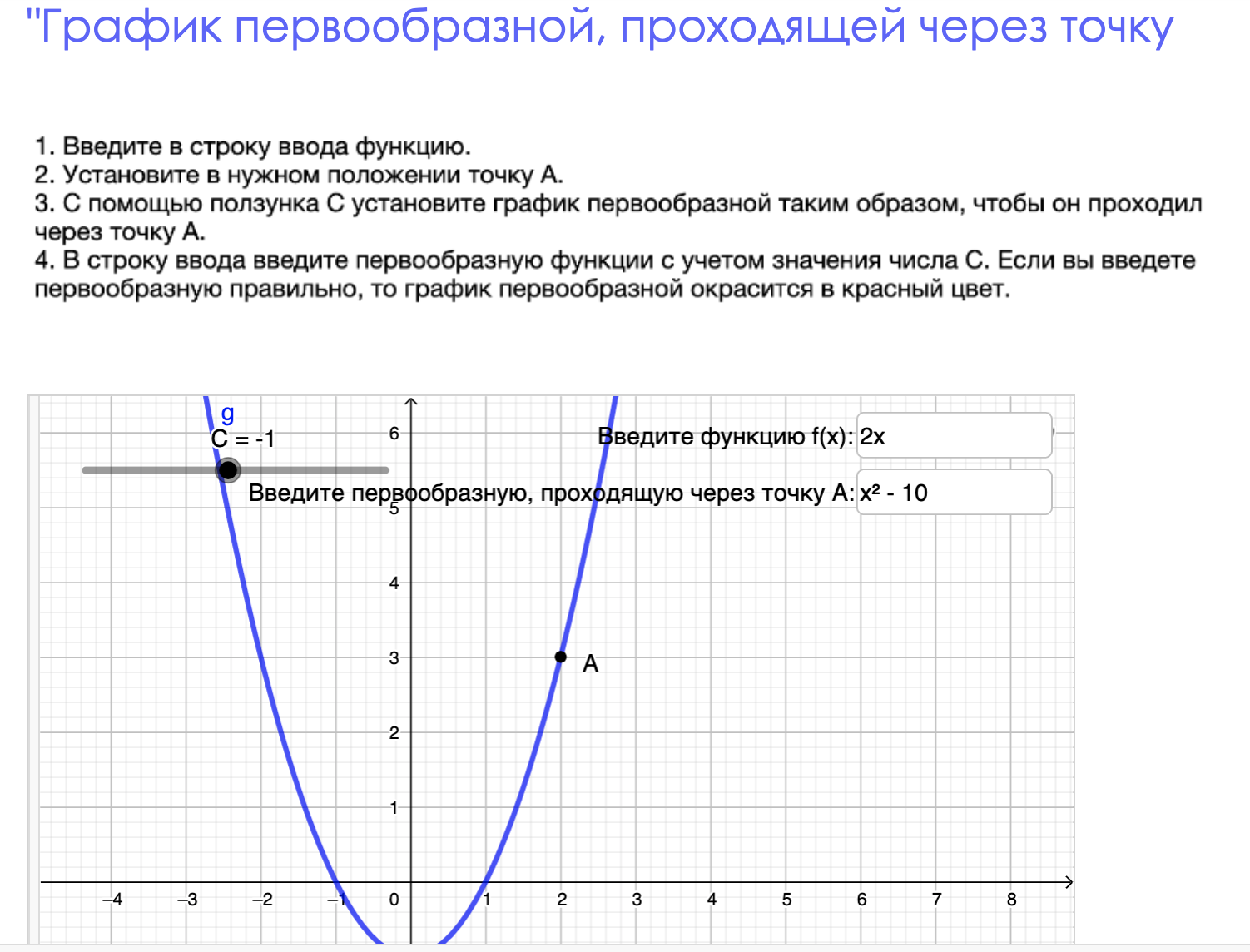
При изучении темы «Теория пределов. Непрерывность» с помощью Geogebra можно изучить понятие кусочно-непрерывной функции и понятие точек разрыва функции. Для выполнения самостоятельной работы студенты вводят функции в поля ввода, задают интервалы согласно своего задания и могут наглядно представить себе данную функцию, оценить наличие точек разрыва.

Пример такой математической модели <https://www.geogebra.org/m/u6vywcwq>.



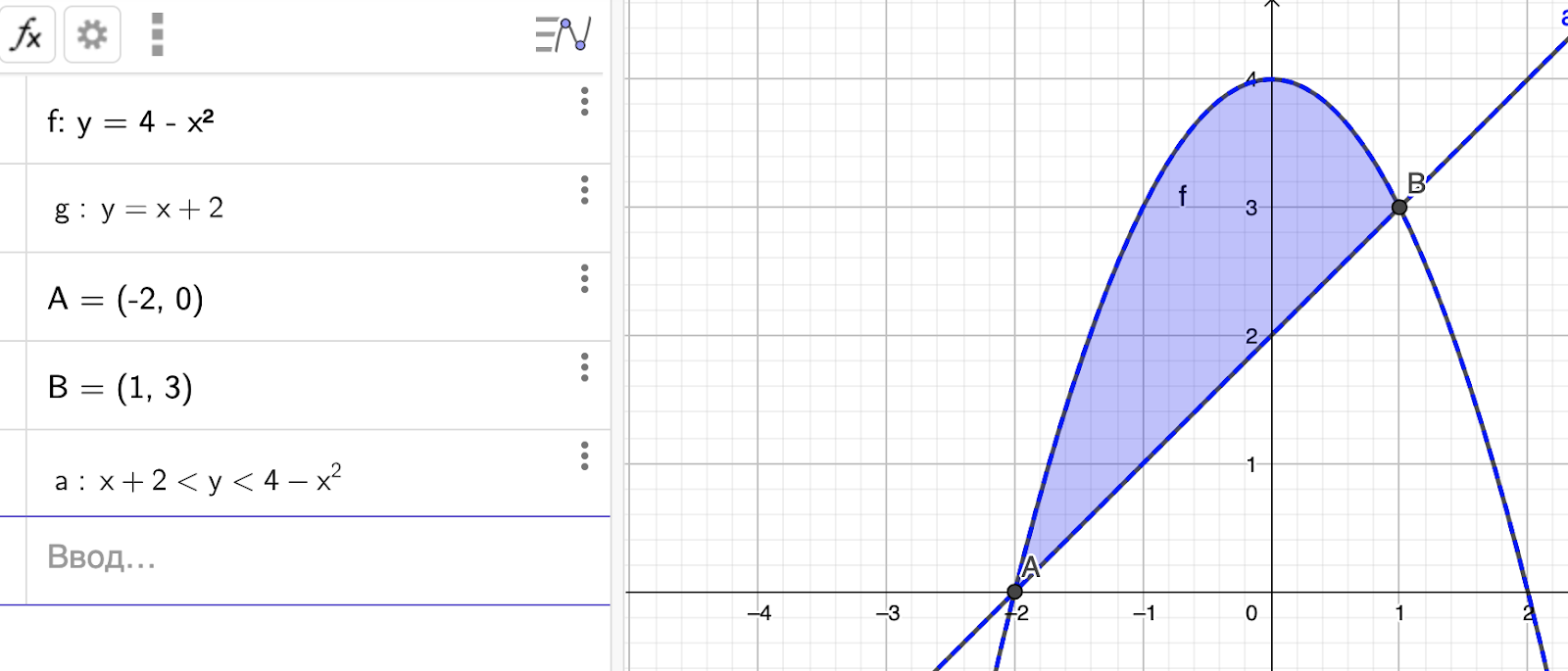
При изучении темы «Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной» по теме «Производная функции» Geogebra можно использовать для контроля вычислений. Например в задании найти уравнение касательной, проведенной к графику функции в заданной точке. Студент  должен вывести уравнение касательной в данной точке, построить график функции, касательную, найти точки их пересечения с помощью инструмента Пересечение и убедиться, что точек пересечения действительно одна и ее абсцисса равна заданной абсциссе точки касания.

При изучении темы «Интегральное исчисление функции одной действительной переменной» используем GeoGebra для нахождения первообразной функции. В задании для самостоятельной работы необходимо найти первообразную заданной функции, график которой проходит через заданную точку. В поле ввода студенты вводят функцию и точку согласно своего варианта. На координатной плоскости появляется график первообразной при С=0. С помощью ползунка необходимо установить положение графика первообразной так, чтобы он проходил через заданную точку. Во второе поле ввода ввести формулу первообразной, соответствующей полученному графику. Если формула верна, то график окрасится в красный цвет. <https://www.geogebra.org/m/hedtf3ma>



При изучении темы «Интегральное исчисление функции одной действительной переменной» удобно использовать GeoGebra для построения фигур, площадь которых необходимо найти. Каждому студенту выдается индивидуальное задание найти площадь фигуры, ограниченной линиями. По построенной фигуре он определяет пределы интегрирования, а также подынтегральную функцию.

 Например дано задание найти площадь фигуры, ограниченной линиями  *y=4-x*2 и *y=x+2*.  В поля ввода вводятся уравнения линий, анализируется взаимное расположение этих линий и выделяется фигура, заключенная между ними. С помощью неравенств и знаков логических операций в  поле ввода вводится фигура, площадь которой необходимо найти.

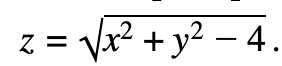


При необходимости с помощью инструмента Пересечение находятся точки пересечения двух графиков, абсциссы которых являются пределами интегрирования для нахождения площади.

При изучении темы «Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных» GeoGebra может быть использована для нахождения области определения функции двух переменных или для построения линий уровня функции двух действительных переменных.

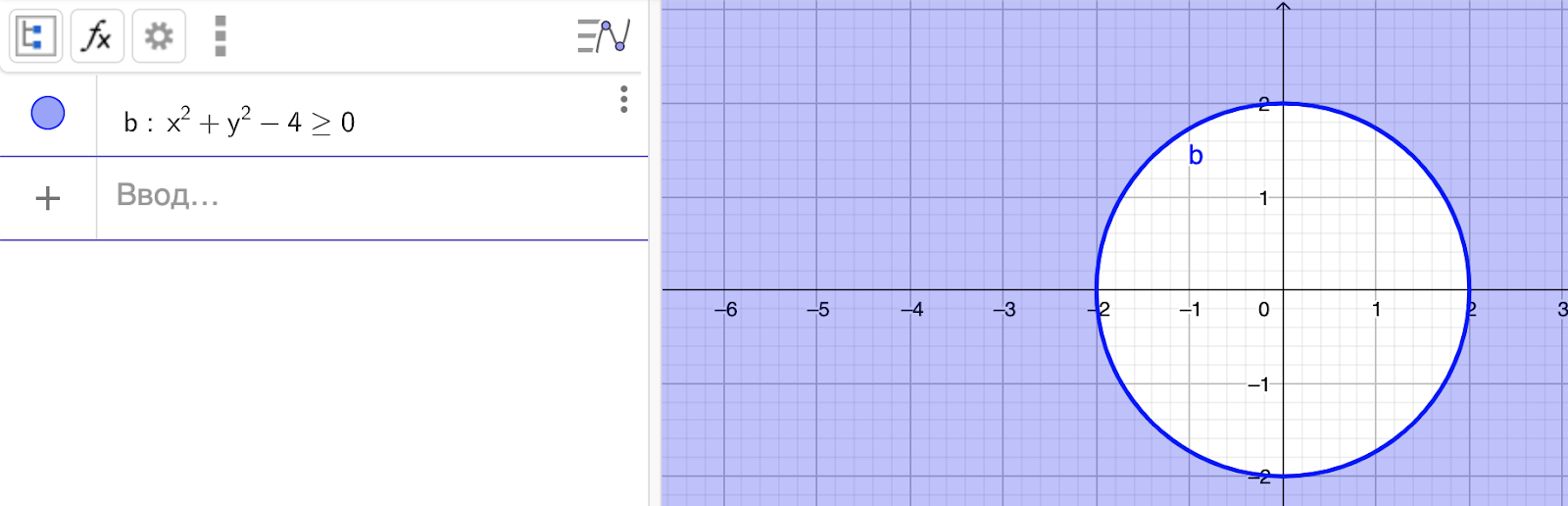
В самостоятельной работе дается функция двух действительных переменных и требуется построить область ее определения. Необходимо самостоятельно выделить уравнение или неравенство, или систему уравнений или неравенств, являющихся условиями области определения функции и ввести их в строку ввода.

Например, дано задание построить область определения функции



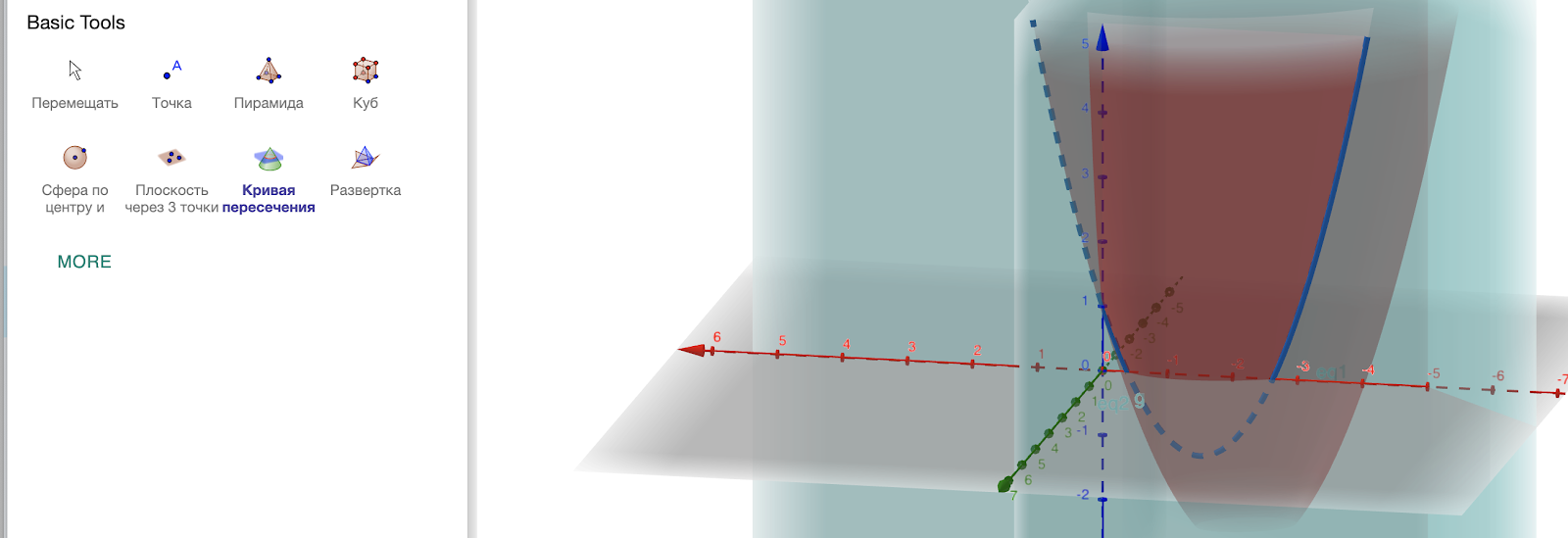
Данная функция определена в случае неотрицательного подкоренного выражения. Для решения задания необходимо ввести в строку ввода неравенство

Закрашенная область и есть область определения данной функции.



С помощью инструмента 3D Calculator при изучении понятия экстремума функции двух переменных при выполнении самостоятельной работы по поиску экстремума, наибольшего и наименьшего значения функции по области студент может построить заданную функцию для контроля правильности своих вычислений.

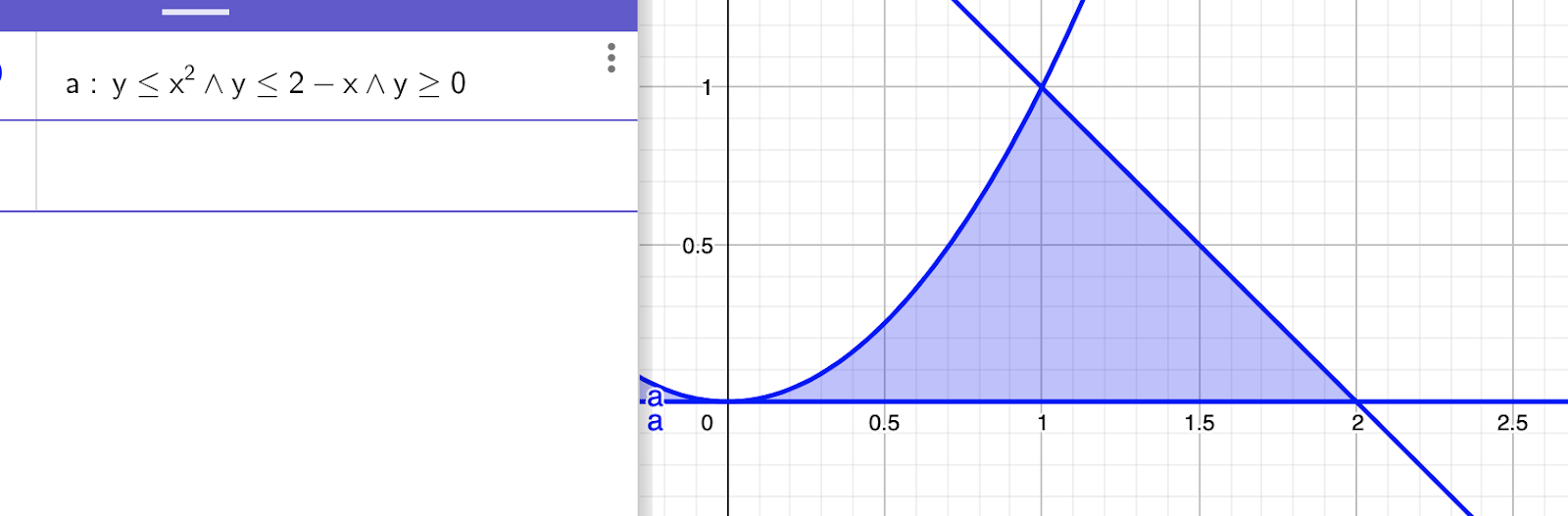
Например, дано задание найти наибольшее и наименьшее значение функции   в области   *D*, ограниченной осями координат и прямой . Наибольшее затруднение у студентов вызывает исследование функции на границах области. Введя в строку ввода формулу функции и уравнение границы, используя инструмент Кривая пересечения студент получает вид кривой на границе области и получает представление об экстремумах или наибольшем и наименьшем значении функции на границе. Дальше соотносит полученную информацию со своими вычислениями. Такая работа развивает пространственное мышление.



 При изучении темы «Интегральное исчисление функции нескольких переменных» с помощью GeoGebra можно строить  области интегрирования, для того, чтобы определять направление интегрирования.

Пример: Вычислить где *D* - область ограниченная линиями

Для построения области D необходимо ввести в поле ввода данные функции, проанализировать информацию и с помощью логической операции конъюнкции ввести неравенства, соответствующие данной области  D.



Дальше определяется направление интегрирования - в направлении оси *ОХ*, так как в этом направлении область является правильной, определяются пределы интегрирования: и сводим двойной интеграл к повторному.

Литература:

1. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для СПО / А. П. Потапов. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 310 с. — (Серия : Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01061-9.
2. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для СПО / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — (Серия : Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6247-5.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс/ Д.Т. Письменный. 9-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2009, 608 с.
4. Введение в GeoGebra версии 4.2, Judith Hohenwarter, Markus Hohenwarter, Creative Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>