МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СЕЧЕНИЯ

*И.Ю.Солодовникова,  
МОУ СШ №9 г. Волжский,* [*irina-solod@mail.ru*](mailto:irina-solod@mail.ru)

*Тел.8-961-0919329*

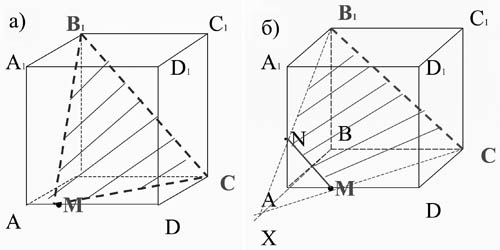
Изучая курс стереометрии, мы сталкиваемся с несколькими проблемами, одна из которых чтение двумерного чертежа, изображающего фигуру трёхмерного пространства. Не для кого не секрет, что в последние годы эта проблема стала ещё более серьёзной так, как из школьной программы исчез предмет «Черчение», который учил школьников читать пространственные чертежи. Как же компенсировать эту проблему?

С чего же начать? Лучше начать с понятия куба, который давно известен учащимся и научиться строить сечения куба. С помощью его мы развиваем умения видеть объёмное изображение на плоском чертеже, в использовании первых простых фактов стереометрии. Это можно считать начальным этапом изучения геометрии в 10-11 классах.

Конечно можно начинать строить сечения гораздо раньше, например, при изучении взаимного расположения прямых и плоскостей, здесь можно опираться на имеющийся у учащихся опыт общения с пространственными фигурами.

*На первом уроке* рассмотрим «Сечение куба» с примера неправильного построения сечения куба ABCDA1B1C1D1 плоскостью, проходящей через заданные точки N, C, B1.

А рядом сечение построено верно. (рис. 1)

Делаем вывод: Сечение – это изображение фигуры, которая получается при мысленном рассечении тела плоскостью.

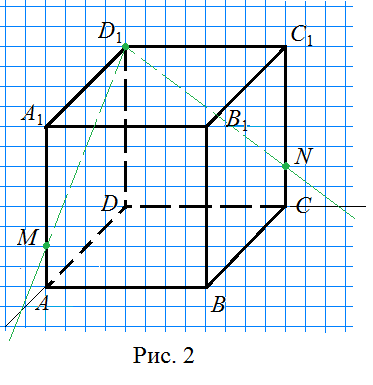
Если представить, что некоторая плоскость (секущая плоскость) отсекла от куба его часть, то на «срезе» куба мы увидим многоугольник- сечение куба.

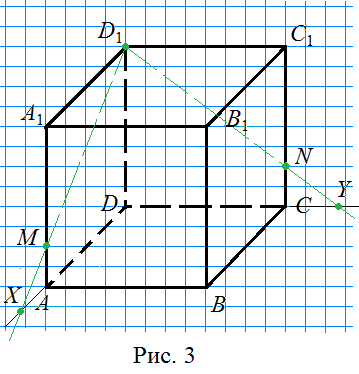
Сечением куба называют многоугольник, стороны которого лежат на поверхности куба и в секущей плоскости. В тетраэдре сечениями могут быть только треугольники или четырехугольники, а в параллелепипеде – треугольники, четырехугольники, пятиугольники или шестиугольники.

Метод следов включает три важных пункта:

1. Строится линия пересечения (след) секущей плоскости с плоскостью основания многогранника.
2. Находим точки пересечения секущей плоскости с ребрами
3. многогранника.
4. Строим и заштриховываем сечение.

Пример 2.Дан куб *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1. На его ребрах *AA*1 и *CC*1 отметили точки *M* и *N* соответственно так, что *AM*: *MA*1 = *CN*:*NC*1 = 1 : 3. Постройте сечение куба плоскостью *MND*1.

****Проведем анализ построения выделим точки *M*, *N* и *D*1 зелёным цветом (рис. 2). Проведём прямые *D*1*M* и *D*1*N* — их тоже выделим зелёным цветом. Выделение цветом подчёркивает принадлежность точек, прямых, отрезков секущей плоскости.

Далее в плоскости *ADD*1 найдём точку *X* — пересечение прямых *D*1*M* и *AD*, а в плоскости *CDD*1 — точку *Y* — пересечение прямых *D*1*N* и *DC*. Точки *X* и *Y* тоже выделим зелёным цветом — они лежат в секущей плоскости (рис. 3).

Теперь в плоскости *ABC* проведём прямую *XY*, она пересечёт прямые *AB* и *BC* плоскости *ABC* в точках *K* и *L* соответственно. Прямую *XY* и полученные точки пересечения выделим зелёным цветом (рис. 4).

В плоскости *ABB*1 соединим отрезком точки *M* и *K*, а в плоскости *BCC*1 — точки *N* и *L*. Эти отрезки тоже выделим цветом. Отрезки *MK*, *KL*, *LN*, *ND*1 и *D*1*M* лежат на поверхности куба и в секущей плоскости. Они составляют границу многоугольника *MKLND*1, являющегося сечением куба плоскостью *MND*1. Сечение выделим жирной линией.

Запишем построение сечения.

Построение.

1) D1M; D1M AD = X;

2) D1N; D1N DC = Y;

3) XY — след секущей плоскости MND1;

XY AB = K; XY BC = L;

4) MK;

5) NL; MKLND1 — искомое сечение.

*На втором уроке* начинаем строить сечения тетраэдров.

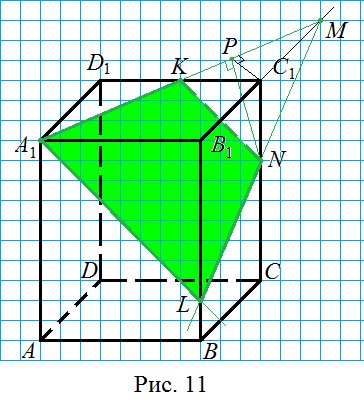
|  |  |
| --- | --- |
| **http://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/411264/im10.gif**  Рис.5 | http://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/411264/im13.gif  Рис.6 |
| **http://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/411264/im11.gif**  Рис.7 | http://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/411264/im14.gif  Рис.8 |
| **http://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/411264/im12.gif**  Рис.9 | http://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/411264/im15.gif  Рис.10 |

*А третий урок* можно начать с весьма интересного персонажа Е. Евстигнеева в фильме Э. Рязанова «Берегись автомобиля» он сказал: «А не замахнуться ли нам на Вильяма, понимаете ли, нашего Шекспира?» Мы только начали заниматься сечениями, но возникает похожий вопрос: «А не замахнуться ли нам на задачу из подготовительного сборника к ЕГЭ?».

№1. В прямоугольном параллелепипеде *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 известны длины рёбер *AA*1 = 15, *AB* = 12, *AD* = 8.Точка *K* — середина ребра *C*1*D*1,а точка *L* делит ребро *BB*1 в отношении 4 : 1, считая от вершины *B*1.

а) Найдите отношение, в котором плоскость *LKA*1 делит ребро *CC*1, считая от вершины *C*1.

б) Найдите косинус *угла между плоскостями* *LKA*1 и *A*1*B*1*C*1.

*Решение:*

*П*остроение.

1) *A*1*K*; *A*1*K*  *B*1*C*1 = *M*;

2) *ML*;

*ML*  *С*1*С* = *N*;

3) *KN*;

*A*1*KNL —* искомое сечение.

а) Теперь вычислим отношение *C*1*N* : *NC*.

Из условия задачи следует, что *KC*1 = 6,  
*B*1*L* = 12. Из подобия треугольников *A*1*B*1*M* и *KC*1*M* следует, что *B*1*M* = 16, тогда *C*1*M* = 8 и *C*1*N* — средняя линия треугольника *B*1*ML*, поэтому *C*1*N* = 0,5*B*1*L* = 6, а *NC* = 15 – 6 = 9.

Итак, *C*1*N*: *NC* = 6: 9 = 2 : 3

б) Теперь вычислим косинус угла между плоскостями *LKA*1 и *A*1*B*1*C*1.

По теореме Пифагора *KM*2 = *C*1*M*2 *+ C*1*K*2 = 82 *+* 62 *=* 100, *KM =* 10. Треугольники *KC*1*M* и *NC*1*M* равны по двум катетам, следовательно, *NM = KM* =  
= 10. Из вычисления площади треугольника *KC*1*M* двумя способами получим   
*C*1*P* = 4,8. В треугольнике *KMN* *KM = MN* = 10, *KN =* 6, а высота, проведённая к основанию, равна. Из вычисления площади треугольника *KMN* двумя способами получим *NP* = 1,2.

Учитывая, что *C*1*N* является перпендикуляром к плоскости *A*1*B*1*C*1, по теореме о трёх перпендикулярах прямая *PN* перпендикулярна прямая *KM*, тогда угол *C*1*PN* является углом между плоскостями *LKA*1 и *A*1*B*1*C*1. Его косинус равен = = .

*Ответ:* .

# Литература

1. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия. 10 кл.: Учебник для общеобразовательных учреждений с углубленным и профильным изучением математики. — М.: Дрофа, 2008.
2. Гордин Р. К. ЕГЭ 2017. Математика. Решение задачи 16 (профильный уровень). — М.: МЦНМО,2017. — 448 с.
3. Статьи Фестиваля «Открытый урок» Построение сечений в многогранниках методом следов.