

Министерство информатизации и связи Республики Татарстан  
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Казанский техникум информационных технологий и связи»

Рассмотрено на заседании ПЦК  
Протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ 2017 г.  
Председатель  
\_\_\_\_\_ / Г.Р. Габдулхакова/

Утверждаю  
Зам. директора по УР  
\_\_\_\_\_/О.С. Тимофеева/  
« \_\_\_\_ » 2017 г.

**План – конспект урока по высшей математике**  
**Тема: Применение определённого интеграла к решению прикладных задач.**

Разработчики:  
преподаватель высшей математики  
первой квалификационной категории  
Геккель Р.М.  
преподаватель высшей математики  
высшей квалификационной категории  
Габдулхакова Г.Р.  
преподаватель высшей математики  
Ибрагимова Р.Ф.

Казань, 2017г.

**Дата проведения:** 20.03.2017

**Преподаватели:** преподаватель высшей математики первой квалификационной категории Геккель Р.М., преподаватель высшей математики

высшей квалификационной категории Габдулхакова Г.Р., преподаватель математики Ибрагимова Р.Ф.

**Учебные группы:** 215, 216, 235

**Специальность:**

**Курс** 2

**Тема урока:** «Применение определённого интеграла к решению прикладных задач».

**Тип урока:** Обобщение и систематизация знаний.

**Вид урока:** Урок-соревнование

**Цели урока:** Применение определённого интеграла к решению прикладных задач

**Обучающая:**

- обобщение, систематизация и углубление знания об определённом интеграле;
- выявление уровня усвоения вопросов теории по теме «Определённый интеграл. Применение определённого интеграла к решению прикладных задач»;
- выявление уровня умений по решению задач на применение знаний об определённом интеграле.

**Развивающая:**

- развивать умения в применении знаний в конкретной ситуации;
- развивать логическое мышление, умение работать в проблемной ситуации;
- развитие умение сравнивать, обобщать, правильно формулировать задачи и излагать мысли;
- 

**Воспитательная:**

- воспитывать интерес и любовь к предметам через содержание учебного материала;
- работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями;
- воспитывать таких качеств характера, как настойчивость в достижении цели;
- воспитывать умение не растеряться в проблемных ситуациях.
- воспитывать умение объективно и реально оценивать свои знания

**Методы обучения:** алгоритмический, диалогический;

**преподавания:** инструктивно-практический, объяснительно-побуждающий.

**учения:** репродуктивный, частично-поисковый

**Мотивация:** Воспитывать интерес к математике. Стремление выполнять работу качественно. Поддерживать у студентов веру в успех, силы и возможности.

**Межпредметные связи:**

История, черчение, физика, геометрия.

**Материально-техническое оснащение:**

Классная доска, компьютер, экран, видеопроектор, ватман, листы А4 3 цветов, линейки, ручки, фломастеры, простые карандаши, ластик.

**Методическое обеспечение урока:**

План урока.

Конспект урока.

Слайды для закрепления, объяснения содержания урока, проверки качества выполненных работ.

Информационное обеспечение обучения

Основная литература:

Михопарова О.В. Опорный конспект лекций - ЧТСТГХ, 2008.

Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб. пособие для средних проф. учеб. заведений.-М.: Высш.шк., 2008.-459 с.

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа: Учеб.для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений.- М.: Просвещение, 2001.-384с.

Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 1 часть. – 2-е изд., испр.—М.: Айрис-пресс, 2003. – 256с.: ил.

Дополнительная литература

: Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т1, Т2. – М.: Высшая школа, 1981.

Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т1, Т2.— М.: Наука, 1986.

Шипачев В. С. Основы высшей математики. – М.: Высшая школа, 1989.

Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1995.

Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1969.

**Требования к результатам усвоения учебного материала:**

**Студенты должны знать:**

Определение определённого интеграла;

Интегралы основных элементарных функций;

Правила интегрирования: интеграл суммы, произведения, частного;

Правила нахождения определённого интеграла различными способами;

Правила применения определённого интеграла к решению задач

**Студенты должны уметь:**

Решать задачи на отыскание определённых интегралов различными способами;

Применять определённые интегралы к нахождению объёмов и площадей фигур, к решению других практических задач;

Этапы урока	Время (мин)
I. Организационный момент.	5 мин
1.1. Приветствие гостей.	
1.2. Проверка отсутствующих.	
1.3. Проверка готовности студентов к уроку.	
1.4. Целевая установка на урок.	
1.5. Объявление плана урока.	
II. Актуализация и систематизация опорных знаний.	20 мин
2.1. Деление на команды. Выбор жюри. Назначение помощников преподавателю.	
2.2. Проверка домашнего задания «Карусель»	
2.3. Конкурс «Найди пару»	
2.4. Сообщение «Применение интеграла в геометрии»;	
2.5. Конкурс смекалистых	
2.6. Конкурс капитанов «Кто первый?» Кроссворд	10 мин
III. Обобщение учебного материала по теме.	

3.1. Сообщение «Применение интеграла в физике и технике».	
3.2. Тестирование	
IV. Закрепление изученного материала.	4 мин
4.1. Устный опрос	5 мин
V. Подведение итогов	
5.1.Подведение итогов урока. Сообщение о достижении цели урока Выступление жюри.	
5.2.Объявление оценок.	2 мин
VI. Домашнее задание.	
6.1. Домашняя контрольная работа «Ромашка»	3 мин
VII.Рефлексия	
7.1. Самооценка обучающимися собственной деятельности.	

Этапы урока	Содержание этапа
<p><b>1.Организационный момент</b></p> <p><u>Цели для преподавателя:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Подготовить учащихся к работе на уроке;</li> <li>-Создать условия для возникновения у обучающихся внутренней потребности включения в учебную деятельность;</li> <li>-Способствовать повышению мотивации учения;</li> <li>-<u>Способствовать осмыслению значимости выбранной профессии;</u></li> </ul> <p><u>Цели для обучающихся:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Включение в деловой ритм, организация внимания всех учащихся</li> <li>-Включиться в учебную деятельность;</li> <li>- Подготовиться к восприятию нового учебного материала (способов практической деятельности).</li> </ul>	<p><b>1. Организационный момент</b></p> <p><b>Тема нашего урока: <u>Применение определённого интеграла к решению прикладных задач.</u></b></p> <p><b>На уроке мы с вами будем работать по следующему плану:</b></p> <p><i>1. Организационный момент</i></p> <p>Здравствуйте ребята и наши уважаемые гости!</p> <p>Рада приветствовать вас на уроке по высшей математике в нашем техникуме. Сегодня у нас не обычный урок, а урок-соревнование. Участвуют на нём представители 2 групп: 215 « Компьютерные системы и комплексы»,235 «Компьютерные сети» .</p> <p>При этом команды будут формироваться не по групповому принципу , а по методу случайных величин.</p> <p>Команды будут отобраны случайно -перед вами мешок. Каждый из вас вытащит квадратик и по цвету определится цвет своей команды. Затем отойдёт к тому столу на котором стоит флажок данного цвета.</p> <p>Итак, все заняли свои места, а теперь начинаем.</p> <p>Выберем жюри из учителей и учеников 3 человека. Они будут беспристрастно оценивать ваши ответы.</p> <p><i>2. Мотивация учебной деятельности (Обострить внимание на значимость этой темы, связь её и с другими дисциплинами.)</i></p> <p>Определённый интеграл имеет большое практическое применение. С его помощью можно вычислять объёмы и площади поверхностей геометрических тел, длину кривой линии, площади плоских фигур, важные физические величины (работу, силу, теплоту и др.).</p> <p>Целью нашего занятия будет: Повторение, получение новых знаний , систематизация и применение знаний по теме «<u>Применение определённого интеграла к решению прикладных задач.</u>».</p>

	<p>Как и в какой последовательности, мы будем достигать эти цели? Что раньше мы будем делать? Писать тест или повторять теорию? Проверять домашнюю работу или выполнять самостоятельную работу? Проводить самоанализ или решать типовые задачи?</p> <p>Студенты формулируют последовательность действий по достижению целей:</p> <p>проверим домашнюю работу, повторим теоретический материал, будем решать типовые задачи, получим новые знания, напишем тест, проведём самоанализ</p> <p>Сегодня оценка будет складываться из вашей работы в течении всего занятия.</p> <p>На столах у вас лежит ЛИСТ САМООЦЕНКИ. Подпишите эти листы Ф.И.О.</p> <p><i>Приложение.</i></p> <p>Домашние задания нужно было сделать на двойных листочках. Пожалуйста, по карусели передайте их другим командам, они проверят и поставят вам баллы внизу задания на это отводиться 2 минуты, правильные решения у вас на столах и на слайде.</p> <p><b>3.План урока</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Проверка домашнего задания.</li> <li>• «Найди пару»</li> <li>• Сообщение «Применение интеграла в геометрии».</li> <li>• Конкурс смекалистых.</li> <li>• Конкурс капитанов «Кто первый?». Кроссворд</li> <li>• <b>Сообщение «Применение интеграла в геометрии».</b></li> <li>• <b>Сообщение «Применение интеграла в физике и технике».</b></li> <li>• Тестирование.</li> <li>• Домашняя контрольная работа</li> <li>• Подведение итогов</li> </ul>
--	---

	<p>4.Цели урока (слайд)</p> <p>5.Задачи урока (слайд)</p>																		
<p><b>II. Актуализация и систематизация опорных знаний.</b></p> <p><b>Цели для преподавателя:</b></p> <p>-установить уровень усвоения знаний;</p> <p>-обобщить и закрепить знания;</p> <p>-определить ошибки и пробелы в знаниях;</p> <p>- организовать активные действия обучающихся по выполнению самостоятельной работы;</p> <p>-развивать формы самоконтроля;</p> <p>-стимулировать активность и инициативу обучающихся при опросе;</p> <p><b>Цели для обучающихся:</b></p> <p>- актуализировать знания (способы действий), необходимые для восприятия нового учебного материала (овладения новыми способами действий);</p> <p>- проявлять самостоятельность и логическое мышление;</p> <p>- выполнять самоанализ своей деятельности</p>	<p>• Проверка домашнего задания.</p> <p>Домашнее задание</p> <table><tr><th>№ задания</th><th>задание</th><th>ответ</th></tr><tr><td>1</td><td>Вычислить определенный интеграл <math>\int_1^2 2x^2 dx</math></td><td>14/3</td></tr><tr><td>2</td><td>Вычислить определенный интеграл <math>\int_{-2}^4 (8+2x-x^2) dx</math></td><td>36</td></tr><tr><td>3</td><td>Вычислить определенный интеграл <math>\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx</math></td><td>1-2/e</td></tr><tr><td>4</td><td>Вычислить определенный интеграл методом замены переменной <math>\int_2^3 \frac{xdx}{x^2+1}</math></td><td>ln2/2</td></tr><tr><td>5</td><td>Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, ограниченной параболой <math>y = -x^2 + 6x - 5</math> и прямыми <math>y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}</math>, <math>x=1</math>, <math>x=4</math>.</td><td>13</td></tr></table>	№ задания	задание	ответ	1	Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 2x^2 dx$	14/3	2	Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8+2x-x^2) dx$	36	3	Вычислить определенный интеграл $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$	1-2/e	4	Вычислить определенный интеграл методом замены переменной $\int_2^3 \frac{xdx}{x^2+1}$	ln2/2	5	Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, ограниченной параболой $y = -x^2 + 6x - 5$ и прямыми $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ , $x=1$ , $x=4$ .	13
№ задания	задание	ответ																	
1	Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 2x^2 dx$	14/3																	
2	Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8+2x-x^2) dx$	36																	
3	Вычислить определенный интеграл $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$	1-2/e																	
4	Вычислить определенный интеграл методом замены переменной $\int_2^3 \frac{xdx}{x^2+1}$	ln2/2																	
5	Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, ограниченной параболой $y = -x^2 + 6x - 5$ и прямыми $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ , $x=1$ , $x=4$ .	13																	



Группы по часовой стрелке передают домашние работы, выполненные на двойных листочках свои работы, группам соперников, которые по готовым шаблонам на столах проверяют их.

Затем через помощников передают жюри, которое оценивает на правильность решения, аккуратность выполнения задания и оценку проверяющих.

**Пометки на полях**

«+» - если работа выполнена аналогично ;

«-» - если в работе допущена ошибка;

«!» - если решение рациональное;

«?» - если решение не рациональное.

• **«Найди пару»**

Найдите на столе лист с названием конкурса «Найди пару»

Даны начало и конец формул свойств определённого интеграла стрелками указать их соответствие.

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$C \int_a^b f(x) dx$$

$$\left( \int_a^b f(x) dx \right)' =$$

$$F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$0$$

$$\int_a^b Cf(x) dx =$$

$$f(x)$$

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx =$$

$$-\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

$$b - a$$

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$\int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b dx =$$

$$f(x) \geq g(x)$$

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$\int_a^b g(x) dx$$

Приблизительная карта ответов ( начало формулы  $\int_a^b f(x) dx =$  имеет несколько окончаний)

- Сообщение «Применение интеграла в геометрии
- Конкурс смекалистых.

Конкурс посвящается решению задач. Каждая участник команды получает несколько несложных задач. Каждая задача решается на отдельном листочке. Конкурс прекращается после того как одна из команд справилась со всеми задачами. За

	<p>каждую решенную правильно задачу команда получает 1 балл. Еще один балл получает команда, которая первая решила все задачи (при условии, что все они решены правильно).</p> <p><i>Приложение 1.1. задания</i>  <i>Приложение 1.2. ответы</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Конкурс капитанов «Кто первый?».</b></li> </ul> <p><b>Кроссворд</b></p> <p>Пока команды решают задания, прошу капитанов команд подойти к листам ватмана с кроссвордами и заняться делом. Начинается конкурс капитанов. Капитаны выходят к доске и решают указанные задания.</p> <p>Первый выполнивший задание правильно получает 3 балла. второй- 2 балла и последний- 1 балл. Команда, сделавшая ошибку- не получает ни одного балла.</p> <p><i>Приложение 2.1. задания</i>  <i>Приложение 2.2. ответы</i></p>
<p><b>III. Обобщение учебного материала по теме.</b>  <b><u>Цели для преподавателя:</u></b>          -обеспечить восприятие, осмысление и запоминание знаний в изучении темы          -с применением определённого интеграла;          -познакомиться с разными задачами.  <b><u>Цели для обучающихся:</u></b>          - понять объясняемый материал.          - изучить уметь применять формулы, полученные на уроке</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Сообщение «Применение интеграла к решению прикладных задач».</b></li> <li>• <i>Какие физические величины можно вычислить с помощью определенного интеграла?</i></li> <li>• <i>По какой формуле вычисляется путь, пройденной точки с переменной скоростью?</i></li> </ul>

<p>-изучить находить нужные формулы для решения конкретных задач.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>По какой формуле вычисляется работа переменной силы?</li><li>От каких величин зависит величина силы давления на погруженную в жидкость пластину?</li><li>С помощью какой формулы вычисляется сила давления жидкости на вертикальную пластину?</li><li>С помощью какой формулы можно вычислить работу, затраченную на растяжение пружины?</li></ul>															
<p><b>IV. Закрепление знаний</b></p> <p><b>Цели для преподавателя:</b></p> <p>- организовать активные самостоятельные действия обучающихся, связанные с содержанием нового материала.</p> <p><b>Цели для обучающихся:</b></p> <p>- самостоятельно выполнять задания, требующие применения знаний</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>Тестирование.</li></ul> <p>Учитель: У вас на столах таблица и задачи, используя таблицу найдите:</p> <table><tr><th>Величины</th><th>Вычисление производной</th><th>Вычисление интеграла</th></tr><tr><td><math>A</math> – работа; <math>F</math> – сила; <math>N</math> - мощность.</td><td><math>F(x)=A'(x);</math> <math>N(t)=A'(t).</math></td><td><math>A=\int_{x_1}^{x_2} F(x)dx</math> ; <math>A=\int_{t_1}^{t_2} N(t)dt.</math></td></tr><tr><td><math>m</math> –масса тонкого стержня <math>p</math> – линейная плотность</td><td><math>P(x)=m'(x).</math></td><td><math>m=\int_{x_1}^{x_2} p(x)dx.</math></td></tr><tr><td><math>Q</math> –электрический заряд; <math>I</math> – сила тока.</td><td><math>I(t)=q'(t)</math></td><td><math>Q=\int_{t_1}^{t_2} I(t)dt</math></td></tr><tr><td><math>S</math> –перемещение;</td><td><math>V(t)=S'(t)</math></td><td><math>S=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt</math></td></tr></table>	Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла	$A$ – работа; $F$ – сила; $N$ - мощность.	$F(x)=A'(x);$ $N(t)=A'(t).$	$A=\int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ ; $A=\int_{t_1}^{t_2} N(t)dt.$	$m$ –масса тонкого стержня $p$ – линейная плотность	$P(x)=m'(x).$	$m=\int_{x_1}^{x_2} p(x)dx.$	$Q$ –электрический заряд; $I$ – сила тока.	$I(t)=q'(t)$	$Q=\int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$	$S$ –перемещение;	$V(t)=S'(t)$	$S=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$
Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла														
$A$ – работа; $F$ – сила; $N$ - мощность.	$F(x)=A'(x);$ $N(t)=A'(t).$	$A=\int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ ; $A=\int_{t_1}^{t_2} N(t)dt.$														
$m$ –масса тонкого стержня $p$ – линейная плотность	$P(x)=m'(x).$	$m=\int_{x_1}^{x_2} p(x)dx.$														
$Q$ –электрический заряд; $I$ – сила тока.	$I(t)=q'(t)$	$Q=\int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$														
$S$ –перемещение;	$V(t)=S'(t)$	$S=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$														

$v$ – скорость.		
$Q$ – количество теплоты; $c$ – теплоёмкость.	$C(t)=Q'(t)$	$Q=\int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$

И для закрепления того, что мы с вами прошли, выполним тест по вариантам №1, №2, №3. обнаружите тест. В каждом вопросе выберите правильный ответ и закрасьте ручкой соответствующие кружочки на рисунке. Верхний ряд кружков соответствует ответу «а», средний – «б», нижний – «в». Первый столбец слева соответствует первому вопросу теста и т.д. Затем соедините кружки линией. Поднимите свои работы, и мы увидим улыбки, которые получились на рисунке.




- Забавная рожица для ответов на вопросы теста

Вариант 1				
	задание	варианты ответов		
1	Тело брошено вертикально вверх со скоростью, которая изменяется по закону $v = (29,4 - 9,8t)$ м/с. Найти наибольшую	44,1 м	4,45 м	0,44 м

		высоту подъема.				
2		Какую работу совершает сила в 10Н при растяжении пружины на 2 см?	1 Дж	0,1 Дж	0.001 Дж	
3		В воду опущена прямоугольная пластинка, расположенная вертикально. Ее горизонтальная сторона равна 1 м, вертикальная 2 м. Верхняя сторона находится на глубине 0,5 м. Определить силу давления воды на пластинку.	2,9430	294,30	29430	
4		Некоторый газ количеством вещества 1 кмоль занимает объем $V_1=1\text{ м}^3$ . При расширении газа до объема $V_2=1.5\text{ м}^3$ была совершена работа $A$ против сил межмолекулярного притяжения, равная 45,3 кДж. . Определить поправку $a$ , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.	0,136	0,136	0,0136	
5		Сила тока в проводнике сопротивлением $R=100\text{ Ом}$ равномерно убывает от $I_0=10\text{ А}$ до $I_{\text{max}}=0\text{ А}$ за время $t=30\text{ с}$ . Определить выделившееся за это время количество теплоты.	333,(3) Дж.	323,(7)	333,0(3) Дж.	
ваш ответ		1	2	3	4	5

Вариант 2				
	задание	варианты ответов		
1	Скорость движения изменяется по закону $v = 2t$ м/с. Найти длину пути, пройденного телом за 3-ю секунду его движения.	5 м	50 м	0,5м
2	Сила в 60Н растягивает пружину на 2 см. Первоначальная длина пружины равна 14 см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до 20 см?	0,54 Дж	5,4 Дж	54 Дж
3	Определить силу давления воды на стенку шлюза, длина которого 20 м, а высота 5 м (считая шлюз доверху заполненным водой). подсказка: Здесь $y = f(x) = 20$ , $a = 0$ , $b = 5$ м, $\gamma = 1000$ кг/м <sup>3</sup> .	$2,45 \cdot 10^4$	$2,45 \cdot 10^3$	$2,45 \cdot 10^6$
4	Вычислите массу участка стержня от $x_1 = 1$ до $x_2 = 2$ , если его линейная плотность задается формулой $p(x) = 4x^3 + 5x + 2$ .	70/3	65/6	27/5
5	Сила тока в проводнике сопротивлением 50 Ом равномерно растёт от $I_0 = 0$ до $I_{max} = 3$ А за время $t = 6$ с. Определить выделившееся за это время количество теплоты Дано: $R = 50$ Ом, $I_0 = 0$ , $I_{max} = 3$ А, $t = 6$ с. Определить $Q$	900 Дж	725 Дж	90 Дж



	ваш ответ	1	2	3	4	5
	<b>правильные ответы</b>					
	задания	Вариант 1	Вариант 2			
	1	1	1			
	2	2	2			
	3	3	3			
	4	2	2			
	5	1	1			
	Если ответы верные, то получается улыбка, как показано на рисунке.					
			Посчитайте количество верных ответов и заполните листы самооценки. Поставьте оценку за урок!			
<b>V. Подведение итогов</b> <b><u>Цели для преподавателя,</u></b> - получить достоверную информацию о достижении всеми обучающимися запланированных результатов обучения; - провести анализ успешности достижения цели урока, перспектив последующей работы. - добиваться осуществления взаимоконтроля результатов деятельности	Пока наши судьи будут работать с протоколами игры мы быстро пробежимся по основным этапам сегодняшнего урока. За правильные ответы на вопросы, корректное поведение вы получаете от помощников по конфетке- говорят сладкое помогает работать мозгу. Выкрикивание с места не поощряется Подведение итогов (выступление членов жюри).  <b>Вопросы:</b> <i>1.Как применяется определенный интеграл для нахождения пути , пройденного телом при прямолинейном движении?</i> <i>2.С помощью какой формулы можно вычислить работу, затраченную на</i>					

<p><b><u>Цели обучающегося:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять самоконтроль (взаимоконтроль) результатов учебной деятельности;</li> <li>- иметь собственную оценку результатов урока в целом и своей учебной деятельности в частности.</li> </ul>	<p><i>растяжение пружины?</i></p> <p><b>3. Объясните применение определенного интеграла при нахождении силы давления жидкости на вертикально расположенную пластинку.</b></p> <p><b>4. Приведите примеры физических и технических задач, которые решаются с помощью определенного интеграла.</b></p> <p>Подведение итогов (выступление членов жюри).</p> <p>Итак, наш урок – соревнование подошёл к концу. Судейская бригада подвела итог. Уважаемые судьи, огласите, пожалуйста, результаты.</p>
<p><b>VI. Домашнее задание.</b></p> <p><b><u>Цели для преподавателя,</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-поставить цели самостоятельной работы обучающихся (что должны сделать обучающиеся в ходе выполнения домашнего задания);</li> <li>-способствовать повышению мотивации учения;</li> </ul> <p><b><u>Цели для обучающихся:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- уяснить цели и содержание домашнего задания;</li> </ul>	<p>Сейчас каждый из вас возьмет у помощников по одной карточке, в которой даны задания домашней контрольной работы. Студенты, выполнившие их без ошибок, с аккуратными чертежами получают зачёт по этой теме.</p> <p>Если кто-либо из студентов. не принявших участие захочет дома тоже решить работу, просьба обращаться к Рамзие Нуровне, у неё заготовлены варианты для всех.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Домашняя контрольная работа</b></li> </ul> <p><i>Приложение</i></p>
<p><b>VII. Рефлексия</b></p> <p><b><u>Цели для преподавателя:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- мобилизовать обучающихся на рефлексию результатов учебной деятельности;</li> </ul> <p><b><u>Цели для обучающихся:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-иметь собственную оценку результатов урока в целом и своей учебной деятельности в частности;</li> </ul>	<p>Ваши впечатления о занятии</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) Довольны ли вы своими баллами и своей самооценкой?</li> <li>б) Понравилась ли вам такая форма проведения занятия?</li> <li>в) Какой этап занятия более всего понравился?</li> <li>г) Кто из ваших товарищей был на уроке самым активным?</li> <li>д) Чей ответ больше всего понравился?</li> </ul>

## Приложение 1.1

- Домашнее задание « Карусель»

№ задания	задание	ответ
1	Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 2x^2 dx$	14/3
2	Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8+2x-x^2) dx$	36
3	Вычислить определенный интеграл $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$	1-2/e
4	Вычислить определенный интеграл методом замены переменной $\int_2^3 \frac{x dx}{x^2+1}$	ln2/2
5	Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, ограниченной параболой $y = -x^2 + 6x - 5$ и прямыми $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ , $x=1$ , $x=4$ .	13

**Решение.**

**Пример 1.** Вычислить определенный интеграл  $\int_1^2 2x^2 dx$ .

**Решение:**

$$\int_1^2 2x^2 dx \stackrel{(1)}{=} 2 \int_1^2 x^2 dx \stackrel{(2)}{=} \frac{2}{3} (x^3) \Big|_1^2 \stackrel{(3)}{=} \frac{2}{3} (2^3 - 1^3) = \frac{2}{3} (8 - 1) = \frac{2}{3} \cdot 7 = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

**Пример 2.** Вычислить определенный интеграл  $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

**Решение:**

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx &= \left( 8x + x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^4 = \\ &= \left( 32 + 16 - \frac{64}{3} \right) - \left( -16 + 4 + \frac{8}{3} \right) = \frac{80}{3} + \frac{28}{3} = 36 \end{aligned}$$

**Пример 3.** Вычислить  $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ .

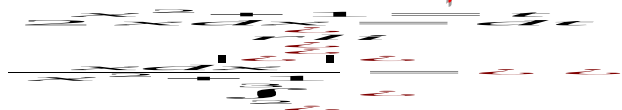
$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = \left[ \begin{array}{l} u = \ln x \quad du = \frac{dx}{x} \\ dv = \frac{dx}{x^2} \quad v = -\frac{1}{x} \end{array} \right] = -\frac{\ln x}{x} \Big|_1^e + \int_1^e \frac{dx}{x^2} = -\frac{\ln x}{x} \Big|_1^e - \frac{1}{x} \Big|_1^e = -\frac{\ln e}{e} + \frac{\ln 1}{1} - \frac{1}{e} + 1 = 1 - \frac{2}{e}$$

**Решение:**

**Пример 4.** Вычислить определенный интеграл методом замены переменной

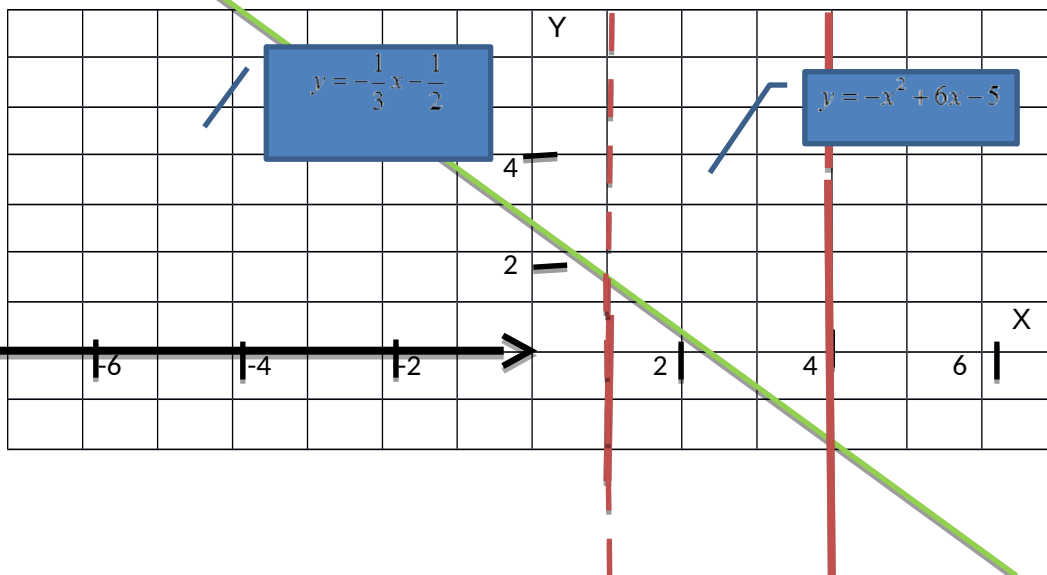
$$\int_2^3 \frac{x dx}{x^2 + 1}$$

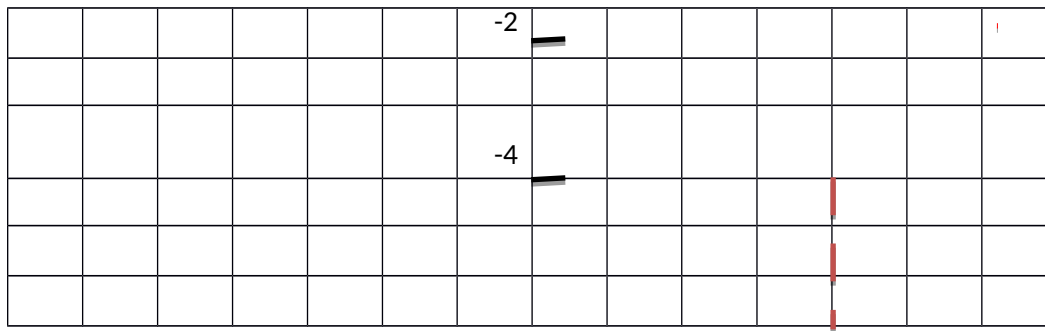
**Решение:**



**Пример 5.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, ограниченной параболой  $y = -x^2 + 6x - 5$  и прямыми  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ ,  $x=1$ ,  $x=4$ .

**Решение.**





Построим эти линии на плоскости.

Всюду на отрезке  $[1;4]$  график параболы  $y = -x^2 + 6x - 5$  выше прямой  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ . Поэтому, применяем полученную ранее формулу для площади и вычисляем определенный интеграл по [формуле Ньютона-Лейбница](#):

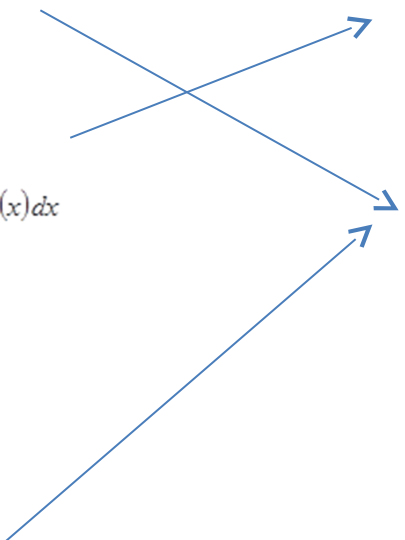
$$S(G) = \int_1^4 \left( -x^2 + 6x - 5 - \left( -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \right) \right) dx = \int_1^4 \left( -x^2 + \frac{19}{3}x - \frac{9}{2} \right) dx = \left( -\frac{1}{3}x^3 + \frac{19}{6}x^2 - \frac{9}{2}x \right) \Big|_1^4 =$$

$$-\frac{1}{3} \cdot 4^3 + \frac{19}{6} \cdot 4^2 - \frac{9}{2} \cdot 4 - \left( -\frac{1}{3} \cdot 1^3 + \frac{19}{6} \cdot 1^2 - \frac{9}{2} \cdot 1 \right) = 13$$

## Приложение 1.2

- Найди пару.

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$


$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$C \int_a^b f(x) dx$$

$$\left( \int_a^b f(x) dx \right)' =$$

$$F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx =$$

$$0$$

$$\int_a^b Cf(x) dx =$$

$$f(x)$$

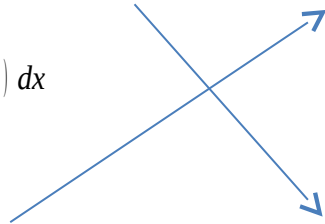
$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx =$$



$$-\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

$$b-a$$



$$\int_a^a f(x) dx =$$

$$\int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b dx =$$

$$f(x) \geq g(x)$$

$$\int_a^b f(x) dx =$$



$$\int_a^b g(x) dx, \text{ если } f(x) = g(x)$$

## Приложение 1.3

- Конкурс смекалистых.

**команда 1**

**команда2**

**команда 3**

1.Вычислите определенные интегралы:

а.  $\int_2^3 x^3 dx$       Ответ:  $\frac{65}{4}$

б.  $\int_1^8 \left( 4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$       Ответ: 125

Вычислите следующие интегралы методом

подстановки:

в.  $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x+2} dx$       Ответ:  $\frac{39}{4}$

г.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$       Ответ:  $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Вычислите следующие интегралы

по частям:

д.  $\int_0^5 x e^x \, dx$       Ответ:  $4e^5 + 1$

е.  $\int_0^1 \operatorname{arctg} x \, dx$       Ответ:  $\frac{\pi - 2 \ln 2}{4}$

1. Вычислите определенные интегралы:

а.  $\int_1^{16} \sqrt{x} \, dx$       Ответ: 42

б.  $\int_{-1}^1 (6x^2 - 2x - 5) \, dx$       Ответ: -6

Вычислите следующие интегралы методом подстановки:

в.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$       Ответ:  $\frac{\pi}{4}$

г.  $\int_1^e \frac{\ln x \, dx}{x}$       Ответ:  $\frac{1}{2}$

Вычислите следующие интегралы по частям:

д.  $\int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln x \, dx$       Ответ:  $\frac{1}{9}$

е.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \, dx}{\sin^2 x}$       Ответ:  $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \ln 2$

1. Вычислите определенные интегралы:

а.  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$       Ответ:  $\frac{\pi}{2}$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg}^2 x \, dx$$

б. Ответ:  $\sqrt{3}-1-\frac{\pi}{12}$       Ответ:  $\sqrt{3}-1-\frac{\pi}{12}$

Вычислите следующие интегралы методом подстановки:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

в. Ответ:  $\frac{2}{3}$

$$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^6}$$

г. Ответ:  $\frac{\pi}{12}$

Вычислите следующие интегралы по частям:

$$\int_0^5 x e^x \, dx$$

д. Ответ:  $\frac{1}{9}$

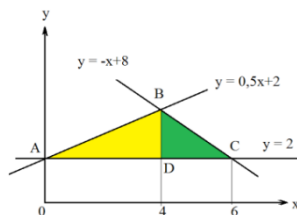
$$\int_{-1}^0 \arccos x \, dx$$

е. Ответ:  $\pi-1$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x + 8$ ;  $y = \frac{1}{2}x + 2$ ;  $y = 2$ .

**Решение:**

Построим графики указанных функций в одной системе координат



Найдем пределы интегрирования - абсциссы точек пересечения графиков A,B,C. Для этого решим уравнение:  $-x + 8 = \frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow \frac{-3}{2}x = -6 \Rightarrow x = 4$  т.е  $x_B = 4$ .  
 $= 2 \Rightarrow x = 0$  т.е  $x_A = 0$ ;  $-x + 8 = 2 \Rightarrow x = 6$  т.е  $x_C = 6$ . Площадь искомого  $\triangle ABC$  равна сумме площадей  $\triangle ABD$  и  $\triangle BCD$ . Площади каждого из последних равны разности двух соответствующих определённых интегралов.

$$S_{ABD} = \int_0^4 \left( \frac{1}{2}x + 2 \right) dx - \int_0^4 2 dx = \int_0^4 \frac{1}{2}x dx = \frac{x^2}{4} \Big|_0^4 = 4 \text{ (кв.ед.)}.$$

$$S_{BCD} = \int_4^6 (-x + 8) dx - \int_4^6 2 dx = \int_4^6 (-x + 6) dx = \left( -\frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_4^6 = 2 \text{ (кв.ед.)}.$$

$$S_{ABC} = S_{BCD} + S_{ABD} = 4 + 2 = 6 \text{ (кв.ед.)}.$$

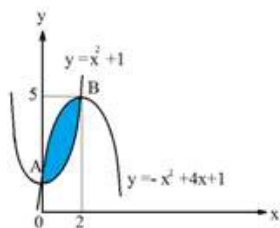
Ответ: 6 кв.ед.

2 .Вычислить площадь фигуры,

ограниченной линиями:  $y = x^2 + 1$ ;  $y^2 + 4x + 1$ .

**Решение:**

Построим графики указанных функций в одной системе координат



Найдем пределы интегрирования –  
абсциссы точек пересечения графиков  
А и В.

Для этого решим уравнение:

$$x^2 + 1 = -x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ или } x = 2.$$

Площадь искомой фигуры равна  
разности двух определённых интегралов  
на промежутке  $[0; 2]$ .

$$S = \int_0^2 (-x^2 + 4x + 1) dx - \int_0^2 (x^2 + 1) dx = \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx = \left( -\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^2 =$$

$$= \left( -\frac{16}{3} + 8 \right) = 2\frac{2}{3} \text{ (кв.ед.)}$$

$$\text{Ответ: } 2\frac{2}{3} \text{ кв.единиц.}$$

2: Вычислить площадь земельного участка ограниченного участком параболы

$y = -x^2 + 4x$  и отрезком прямой

$y = x$ .

**Решение:** Построим графики указанных функций в одной системе координат.



Найдём абсциссы точек пересечения графиков. Для этого решим уравнение  $-x^2 + 4x = x \Leftrightarrow -x^2 + 4x - x = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(3-x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  или  $x = 3$ . Площадь искомой фигуры равна разности площадей двух криволинейных трапеций, а значит разности двух определённых интегралов на промежутке  $[0; 3]$ .  $S =$

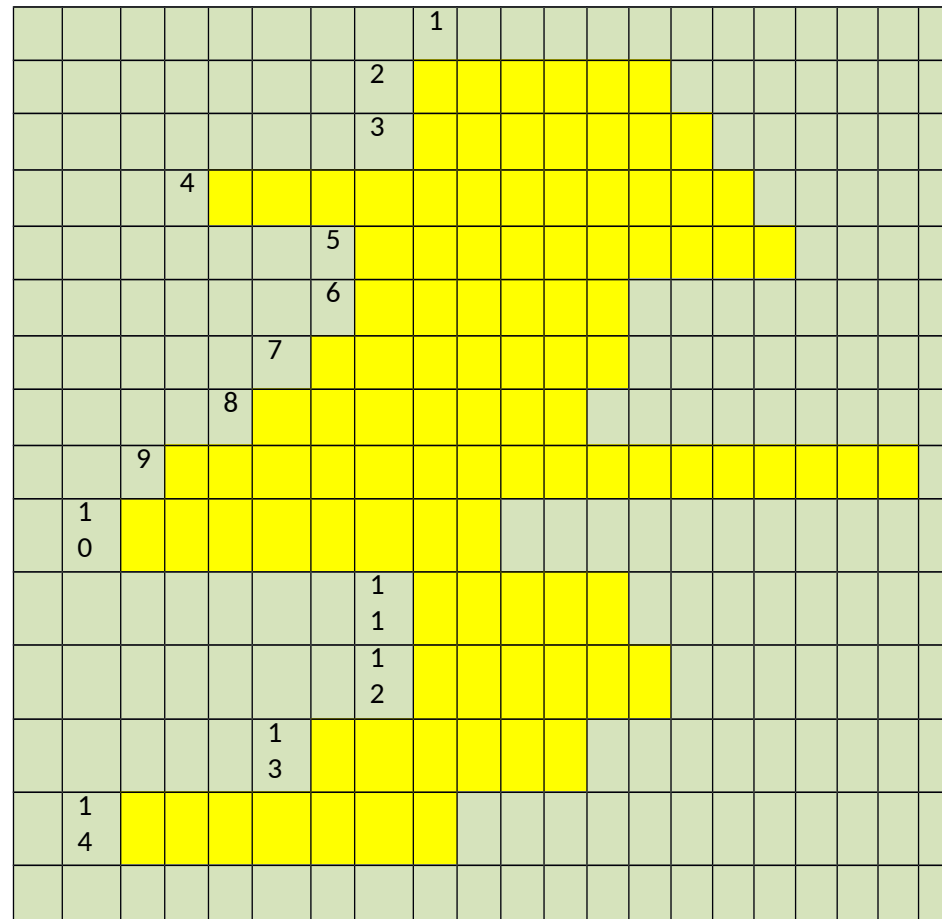
$$\int_0^3 (-x^2 + 4x) dx - \int_0^3 x dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = (-9 + 27/2) - 0 = 9/2 = 4,5 \text{ (кв.ед).}$$

## Приложение 1.4 а

### Конкурс капитанов « Кто быстрее »



## КРОССВОРД



1) Как называется функция  $y = F(x)$ ?

2) Что является графиком функции  $y = kx$ ?

- 3) Самая низкая оценка в техникуме?
- 4) Письменная работа перед зачётом?
- 5) Синоним слова дюжина?
- 6) Есть в каждом слове, у растения и, возможно, у уравнения?
- 7) Что можно вычислить при помощи определённого интеграла?
- 8) Немецкий учёный, в честь которого названа формула, связывающая площадь криволинейной трапеции и интеграл?
- 9) Обратный процесс нахождения первообразной.
- 10) Одно из важнейших понятий математики?
- 11) ) Форма занятия, на котором проводится проверка знаний?
- 12) Английский ученый разработавший интегральное и дифференциальное исчисление.
- 13) Множество точек координатной плоскости,
- 14) Соответствие между независимой переменной  $x$  и зависимой переменной  $y$ , в котором каждому  $x$  соответствует единственное значение  $y$ ?

							1												
						2	п	р	я	м	а	я							
						3	е	д	и	н	и	ц	а						
	4	к	о	н	т	р	о	л	ь	н	а	я							
					5	д	в	е	н	а	д	ц	а	т	ь				
					6	к	о	р	е	н	ь								
			7	п	л	о	щ	а	д	ь									
		8	л	е	й	б	н	и	ц										
9	д	и	ф	ф	е	р	е	н	ц	и	р	о	в	а	н	и	е		
и	н	т	е	г	р	а	л												
						11	з	а	ч	ё	т								
						12	н	ь	ю	т	о	н							
			13	г	р	а	ф	и	к										
ф	у	н	к	ц	и	я													

Приложение 2.1.

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
$A$ – работа; $F$ – сила; $N$ – мощность.	$F(x)=A'(x);$ $N(t)=A'(t).$	$A=\int_{x_1}^{x_2} F(x)dx;$ $A=\int_{t_1}^{t_2} N(t)dt.$ $A=k \int_{x_0}^{x_1} xdx.$ $P = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_a^b 9,81\gamma xy \Delta x = \int_a^b 9,81\gamma xy dx,$
$m$ –масса тонкого стержня $p$ – линейная плотность	$P(x)=m'(x).$	$m=\int_{x_1}^{x_2} p(x)dx.$
$Q$ –электрический заряд; $I$ – сила тока.	$I(t)=q'(t)$	$Q=\int_{l_1}^{l_2} I(t)dt$
$S$ –перемещение; $v$ –скорость.	$V(t)=S'(t)$	$S=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$
$Q$ –количество теплоты; $c$ – теплоёмкость.	$C(t)=Q'(t)$	$Q=\int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$

## Приложение 2.2.

Вариант 1	
№	задание
1	<p>Тело брошено вертикально вверх со скоростью, которая изменяется по закону <math>v = (29,4 - 9,8t)</math> м/с. Найти наибольшую высоту подъема.</p> <p>Решение:</p> <p>Найдем время, в течении которого тело поднималось вверх: <math>29,4 - 9,8t = 0</math> (в момент наибольшего подъема скорость равна нулю); <math>t = 3</math> с. Поэтому</p> $s = \int_0^3 (29,4 - 9,8t) dt = 9,8(3t - \frac{t^2}{2}) \Big _0^3 = 44,1 \text{ (м)}.$
2	<p>Какую работу совершает сила в 10Н при растяжении пружины на 2 см?</p> <p>Решение:</p> <p>По закону Гука сила F, растягивающая пружину, пропорциональна растяжению пружины, т.е. <math>F = kx</math>. Используя условие, находим <math>k = \frac{10}{0,02} = 500</math> (Н/м), т.е. <math>F = 500x</math>. Получаем</p> $A = \int_0^{0,02} 500x dx = \frac{500x^2}{2} \Big _0^{0,02} = 0,1 \text{ (Дж)}.$
3	<p>В воду опущена прямоугольная пластинка, расположенная вертикально. Ее горизонтальная сторона равна 1 м, вертикальная 2 м. Верхняя сторона находится на глубине 0,5 м. Определить силу давления воды на пластинку.</p> <p>Решение:</p>

	<p>Здесь <math>y = 1</math>, <math>a = 0,5</math>, <math>b = 2 + 0,5 = 2,5</math> (м), <math>\rho = 1000</math> кг/м<sup>3</sup>. Следовательно,</p> $P = 9810 \int_a^b xy \, dx = 9810 \int_a^b x \, dx = 9810 \frac{x^2}{2} \Big _{0,5}^{2,5} = 9810 \frac{2,5^2 - 0,5^2}{2} = 29430 \text{ (Н)}.$
4	<p>Некоторый газ количеством вещества 1 кмоль занимает объем <math>V_1 = 1 \text{ м}^3</math>. При расширении газа до объема <math>V_2 = 1,5 \text{ м}^3</math> была совершена работа <math>A</math> против сил межмолекулярного притяжения, равная 45,3 кДж. . Определить поправку <math>a</math>, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.</p> <p>Дано: <math>\nu = 1 \text{ кмоль} = 10^3 \text{ моль}</math>, <math>V_1 = 1 \text{ м}^3</math>, <math>V_2 = 1,5 \text{ м}^3</math>, <math>A = 45,3 \text{ кДж} = 4,53 \cdot 10^4 \text{ Дж}</math> Определить: <math>A</math></p> <p>Решение.</p> $A = \int_{V_1}^{V_2} p' \, dV = \nu^2 a \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2} = \nu^2 a \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = \frac{\nu^2 a (V_2 - V_1)}{V_1 V_2},$ $a = \frac{A V_1 V_2}{\nu^2 (V_2 - V_1)} = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2.$
5	<p>Сила тока в проводнике сопротивлением <math>R = 100</math> Ом равномерно убывает от <math>I_0 = 10 \text{ А}</math> до <math>I_{\max} = 0 \text{ А}</math> за время <math>\tau = 30 \text{ с}</math>. Определить выделившееся за это время количество теплоты.</p> <p>Решение:</p> <p>Сила тока в проводнике сопротивлением <math>R = 100</math> Ом равномерно растёт от <math>I_0 = 10</math> до <math>I_{\max} = 0 \text{ А}</math> за время <math>\tau = 30 \text{ с}</math>. Определить выделившееся за это время количество теплоты.</p> <p>Дано: <math>R = 100 \text{ Ом}</math>, <math>I_0 = 10</math>, <math>I_{\max} = 0 \text{ А}</math>, <math>\tau = 30 \text{ с}</math>.</p> <p>Определить: <math>Q</math></p> <p>Решение: Согласно закону Джоуля – Ленца для бесконечно малого промежутка времени,</p> $dQ = I^2 R \, dt.$ <p>По условию задачи сила тока равномерно убывает, где <math>k</math> – коэффициент пропорциональности <math>k = (I_{\max} - I_0) / \tau = \text{const}</math>.</p> <p>Тогда <math>dQ = k^2 R \tau^2 dt</math>. (1)</p> <p>Проинтегрировав (1) и подставив выражение для <math>k</math>, найдем искомое количество теплоты:</p>

	$Q = \int_0^{\tau} k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \tau^3 = \frac{1}{3} \frac{(I_{\max} - I_0)^2}{\tau^2} R \tau^3 =$ $\frac{1}{3} (I_{\max} - I_0)^2 R \tau = \frac{1}{3} \frac{(0 - 10)^2}{30^2} 100 \cdot 30^2 = \frac{1}{3} \cdot (-10)^2 \cdot 100 = \frac{10000}{3} = 333,3 \text{ Дж}$ <p>Вычисляя получим <math>Q = 333,3 \text{ Дж}</math>.</p>
--	---

Команда 2	
№	задание
1	<p>Скорость движения изменяется по закону <math>v = 2t</math> м/с . Найти длину пути, пройденного телом за 3-ю секунду его движения.</p> <p>Решение:</p> $s = \int_2^3 2t dt = t^2 \Big _2^3 = 9 - 4 = 5 \text{ (м)}.$
2	<p>Сила в 60Н растягивает пружину на 2 см. Первоначальная длина пружины равна 14 см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до 20 см?</p> <p><b>Решение:</b></p> <p>Имеем <math>k \frac{60}{0,02} = 3000</math> (Н/м) и, следовательно, <math>F = 3000x</math>. Так как пружину требуется растянуть на 0,06 (м), то</p> $A = \int_0^{0,06} 3000x dx = 1500x^2 \Big _0^{0,06} = 1500 * 0,0036 = 5,4 \text{ (Дж)}.$
3	<p>Определить силу давления воды на стенку шлюза, длина которого 20 м, а высота 5 м (считая шлюз доверху заполненным водой).</p>

	<p>Здесь <math>y = f(x) = 20</math>, <math>a = 0</math>, <math>b = 5</math> м, <math>\gamma = 1000 \text{ кг/м}^3</math>.</p> <p>Находим</p> $P = 9810 \int_0^5 20x dx = 9810 * 20 \frac{x^2}{2} \Big _0^5 = 9810 * 10 * 25 = 2,45 * 10^6 \text{ (Н)}.$
4	<p>Вычислите массу участка стержня от <math>x_1 = 1</math> до <math>x_2 = 2</math>, если его линейная плотность задается формулой <math>p(x) = 4x^2 + 5x + 2</math>.</p> <p><b>Решение:</b></p> $m = \int_1^2 (4x^2 + 5x + 2) dx = \left( 4 \cdot \frac{x^3}{3} + 5 \cdot \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _1^2 = \left( \frac{4 \cdot 2^3}{3} + 5 \cdot \frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 \right) - \left( \frac{4 \cdot 1^3}{3} + 5 \cdot \frac{1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) = \left( \frac{32}{3} + 10 + 4 \right) - \left( \frac{4}{3} + \frac{5}{2} + 2 \right) = \left( \frac{16+84}{6} \right) - \left( \frac{8+27}{6} \right) = \frac{100-35}{6} = \frac{65}{6} \text{ кг}$
5	<p>Сила тока в проводнике сопротивлением <math>R = 500 \text{ Ом}</math> равномерно растёт от <math>I_0 = 0</math> до <math>I_{\max} = 3 \text{ А}</math> за время <math>\tau = 6 \text{ с}</math>. Определить выделившееся за это время количество теплоты</p> <p>Дано: <math>R = 50 \text{ Ом}</math>, <math>I_0 = 0</math>, <math>I_{\max} = 3 \text{ А}</math>, <math>\tau = 6 \text{ с}</math>.</p> <p>Определить <math>Q</math></p> <p>Решение: Согласно закону Джоуля – Ленца для бесконечно малого промежутка времени,</p> $dQ = I^2 R dt.$ <p>По условию задачи сила тока равномерно растёт, где <math>k</math> – коэффициент пропорциональности <math>k = (I_{\max} - I_0) / \tau = \text{const}</math>.</p> <p>Тогда <math>dQ = k^2 R t^2 dt</math>. (1)</p> <p>Проинтегрировав (1) и подставив выражение для <math>k</math>, найдем искомое количество теплоты:</p> $Q = \int_0^\tau k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \tau^3 = \frac{1}{3} \frac{(I_{\max} - I_0)^2}{\tau^2} R \tau^3 = \frac{1}{3} (I_{\max} - I_0)^2 R \tau$ <p>Вычисляя получим <math>Q = 900 \text{ Дж}</math>.</p>



Команда 3	
	задание
1	<p>Скорость движения материальной точки задается формулой <math>v = (4t^3 - 2t + 1)</math> м/с. Найти путь, пройденный точкой за первые 4с от начала движения.</p> <p>Решение:</p> $s = \int_0^4 (4t^3 - 2t + 1) dt = (t^4 - t^2 + t) \Big _0^4 = 256 - 16 + 4 = 244 \text{ (м)}.$
2	<p>Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если известно, что для ее растягивания на 0,01 м нужна сила в 1 Н ?</p> <p style="text-align: center;"><b>Решение:</b></p> <p>Согласно закону Гука сила <math>F</math>, растягивающая или сжимающая пружину на <math>X</math> м, пропорциональна этому растяжению или сжатию, т. е. <math>F = kx</math>, где <math>k</math> — коэффициент пропорциональности. Из условия задачи известно, что для растяжения пружины на <math>X = 0,01</math>м требуется сила <math>F = 1\text{Н}</math>, Поэтому <math>1 = k \cdot 0,01</math>, откуда <math>k = 100</math>; следовательно, <math>F = 100x</math>.</p> <p>В задаче требуется найти работу, совершаемую при растяжении пружины на 0,05м из состояния покоя, поэтому переменная <math>X</math> изменяется от <math>x = 0</math> до <math>x = 0,5</math>. Таким образом, подставив в формуле (2.2) <math>f(x) = 100x, a = 0, b = 0,05</math>,</p> $A = \int_0^{0,05} 100x dx = 50x^2 \Big _0^{0,05} = 0,125 \text{ (Дж)}.$ <p>найдем искомую работу</p>
3	Цилиндрический стакан наполнен ртутью. Вычислить силу давления ртути на боковую поверхность стакана, если

	<p>его высота 0,1 м, а радиус основания 0,04 м. Плотность ртути равна 13600 кг/м<sup>3</sup>.</p> <p style="text-align: center;"><b>Решение:</b></p> <p>Вычислим площадь круглой полоски</p> $\Delta S = 2\pi r dx = 0,08\pi dx.$ <p>Элементарная сила давления составляет</p> $\Delta P = 9,81 * 136,00 * 0,08\pi dx = 10\,673\pi dx.$ <p>Следовательно</p> $P = \int_0^{0,1} 10\,673\pi x dx = 10\,673\pi \frac{x^2}{2} \Big _0^{0,1} = 53,37\pi \approx 167,6 \text{ (Н)}.$
4	<p>Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени [ 2;3 ], если сила тока задается формулой <math>I(t) = 3t^2 - 2t + 5</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b>Решение.</b></p> $Q = \int_2^3 (3t^2 - 2t + 5) dt = \left( 3 \cdot \frac{t^3}{3} - 2 \frac{t^2}{2} + 5t \right) \Big _2^3 = (3^3 - 3^2 + 5 \cdot 3) - (2^3 - 2^2 + 5 \cdot 2) = 24 - 14 = 10 \text{ Дж}$
5	<p>Вычислить объем тела вращения, образованного вращением кривой <math>y = x^2</math> вокруг оси ОХ, <math>x \in [0, 2]</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b>Решение.</b></p> <p>На первом этапе определяется используемая для решения задачи формула. В рассматриваемой задаче все сказано в условии «вычислить объем тела вращения». Следовательно, используем формулу</p> $V = \pi \int_a^b y^2(x) dx.$ <p>Переходим ко второму этапу решения задачи. Пределы интегрирования также заданы условием задачи (<math>x \in [0, 2]</math>), следовательно, остается только подставить все необходимое в формулу.</p>

	<p>На третьем этапе необходимо вычислить полученный интеграл, который, кстати, является табличным интегралом.</p> $V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big _0^2 = \pi \left( \frac{2^5}{5} - \frac{0^5}{5} \right) = \frac{32\pi}{5}$
--	--

#### правильные ответы

задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	2	2	2
5	1	1	1

- Домашняя контрольная работа.

#### Приложение

задание
<p><b>Вариант 1</b></p> <p>1. Вычислите определенные интегралы:</p>

а)  $\int_1^3 x^4 dx$  ; б)  $\int_1^3 4^x dx$  ; в)  $\int_{-4}^5 \frac{2 dt}{t+1}$  ; г)  $\int_0^{10} (5x + 3e^x - \sqrt[3]{x^2}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2t-1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 3-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 5x - 6, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 9$ . Сделайте чертеж.

## Вариант 2

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^2 x^5 dx$  ; б)  $\int_0^2 5^x dx$  ; в)  $\int_{-1}^5 \frac{3 dt}{t-1}$  ; г)  $\int_0^7 (e^{-2x} + 4x + \sqrt[3]{x}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t+2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 8x - x^2 - 7, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 + x, x = 1, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 3

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^2 x^5 dx$  ; б)  $\int_0^2 9^x dx$  ; в)  $\int_4^5 \frac{2dt}{t-1}$  ; г)  $\int_1^3 (\sqrt[4]{x} - 2e^x + 3) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2 - 3t)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 3x - 4, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x, x = 1, x = 4, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 4

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^2 x^6 dx$  ; б)  $\int_1^2 6^x dx$  ; в)  $\int_1^5 \frac{5dt}{t+4}$  ; г)  $\int_0^1 (2x + \sqrt[4]{x^3} - e^{-x}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t - 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 5x - x^2 + 6, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 - x, x = 0, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 5

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^2 x^3 dx$ ; б)  $\int_1^2 8^x dx$ ; в)  $\int_{-1}^0 \frac{4dt}{t-1}$ ; г)  $\int_1^4 (2 + \sqrt{x^3} - x) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2t + 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 3с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 6x + 8, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x, x = 5, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 6

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 x^{1/6} dx$  ; б)  $\int_0^1 10^x dx$  ; в)  $\int_1^3 \frac{dt}{t+10}$  ; г)  $\int_0^1 (x + 2\sqrt[3]{x}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t - 2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 2с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 4x - 5, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x + 1, x = 0, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 7

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^3 x^4 dx$  ; б)  $\int_1^3 4^x dx$  ; в)  $\int_0^3 \frac{dx}{x-5}$  ; г)  $\int_0^1 (\sqrt{x} - e^{3x} + 1) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (4t - 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за первую секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 6x - 3x^2, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x - 1, x = 3, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 8

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{2} dx$  ; б)  $\int_0^3 3^x dx$  ; в)  $\int_0^2 \frac{\sqrt{2} dx}{x-5}$  ; г)  $\int_0^1 (e^{3x} + 2x - \sqrt[3]{x^2}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = t(t-2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{3}{x}, x + y - 4 = 0$  . Сделайте чертеж.

3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, x = 2, y = 0$  . Сделайте чертеж.

### Вариант 9

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^3 x^3 dx$  ; б)  $\int_1^3 3^x dx$  ; в)  $\int_1^5 \frac{4 dt}{t+1}$  ; г)  $\int_1^4 (e^{3x} - \sqrt{x} - \pi) dx$  .



1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (1 + 4t)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 2с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = x + 2$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 1 - x, x = 3, y = 0$ . Сделайте чертеж.

#### Вариант 10

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^4 3x^2 dx$  ; б)  $\int_1^4 2^x dx$  ; в)  $\int_4^5 \frac{2dt}{t-3}$  ; г)  $\int_1^2 (2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (4t - 3)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1, y = 0, x = 0, x = 2$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 3x, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

#### Вариант 11

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^4 x^3 dx$  ; б)  $\int_1^4 3^x dx$  ; в)  $\int_1^3 \frac{3dx}{x+4}$  ; г)  $\int_1^3 (e + \sqrt[3]{x} - 2x) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (4t + 3)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 9 - x^2, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x, x = 3, y = 0$ . Сделайте чертеж.

## Вариант 12

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^3 x^4 dx$  ; б)  $\int_1^3 4^x dx$  ; в)  $\int_{-4}^5 \frac{2dt}{t+1}$  ; г)  $\int_0^{10} (5x + 3e^x - \sqrt[3]{x^2}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2t - 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 3-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 5x - 6, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями

$y = \sqrt{x}, y = 0, x = 9$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 13

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 x^5 dx$ ; б)  $\int_0^1 5^x dx$ ; в)  $\int_{-1}^5 \frac{3dt}{t-1}$ ; г)  $\int_0^1 (e^{-2x} + 4x + \sqrt[3]{x}) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t + 2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 8x - x^2 - 7, y = 0$ . Сделайте чертеж.

3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 + x, x = 1, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 14

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 x^5 dx$ ; б)  $\int_0^1 9^x dx$ ; в)  $\int_{-1}^5 \frac{2dt}{t-1}$ ; г)  $\int_0^1 (\sqrt[4]{x} - 2e^x + 3) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2 - 3t)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 3x - 4, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x, x = 1, x = 4, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 15

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^2 x^6 dx$ ; б)  $\int_1^2 6^x dx$ ; в)  $\int_1^5 \frac{5dt}{t^2 + 4}$ ; г)  $\int_0^1 (2x + \sqrt[4]{x^3} - e^{-x}) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t - 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 5x - x^2 + 6, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 - x, x = 0, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 16

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 \frac{x^2}{2} dx$  ; б)  $\int_0^1 3^x dx$  ; в)  $\int_0^1 \frac{\sqrt{2} dx}{x-5}$  ; г)  $\int_0^1 (e^{3x} + 2x - \sqrt[3]{x^2}) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = 4(t-2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{3}{x}, x + y - 4 = 0$ . Сделайте чертеж.

3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 17

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 x^{10} dx$  ; б)  $\int_0^1 10^x dx$  ; в)  $\int_0^5 \frac{dx}{x+10}$  ; г)  $\int_0^1 (x + 2\sqrt{x}) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t - 2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 2с.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 4x - 5, y = 0$ . Сделайте чертеж.

3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x + 1, x = 0, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 18

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^3 x^4 dx$ ; б)  $\int_1^3 4^x dx$ ; в)  $\int_2^5 \frac{dx}{x-5}$ ; г)  $\int_0^1 (\sqrt{x} - e^{3x} + 1) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (4t - 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за первую секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 6x - 3x^2, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = x - 1, x = 3, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 19

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^3 x^3 dx$ ; б)  $\int_1^3 3^x dx$ ; в)  $\int_2^5 \frac{4dt}{t+1}$ ; г)  $\int_1^4 (e^{3x} - \sqrt{x} - \pi) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (1 + 4t)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 2с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = x + 2$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 1 - x, x = 3, y = 0$ . Сделайте чертеж.

#### Вариант 20

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^4 3x^2 dx$  ; б)  $\int_1^4 2^x dx$  ; в)  $\int_4^5 \frac{2dt}{t-3}$  ; г)  $\int_1^2 (2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (4t - 3)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1, y = 0, x = 0, x = 2$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 3x, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

#### Вариант 21

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^4 x^3 dx$  ; б)  $\int_1^4 3^x dx$  ; в)  $\int_1^3 \frac{3dx}{x+4}$  ; г)  $\int_1^3 (e + \sqrt[3]{x} - 2x) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (4t + 3)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 9 - x^2, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x, x = 3, y = 0$ . Сделайте чертеж.

## Вариант 22

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^3 x^4 dx$  ; б)  $\int_1^3 4^x dx$  ; в)  $\int_{-4}^5 \frac{2dt}{t+1}$  ; г)  $\int_0^{10} (5x + 3e^x - \sqrt[3]{x^2}) dx$  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2t - 1)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 3-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 5x - 6, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями



$y = \sqrt{x}, y = 0, x = 9$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 23

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 x^5 dx$  ; б)  $\int_0^1 5^x dx$  ; в)  $\int_{-1}^5 \frac{3dt}{t-1}$  ; г)  $\int_0^1 (e^{-2x} + 4x + \sqrt[3]{x}) dx$ .

- Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (3t + 2)^2$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.
- Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 8x - x^2 - 7, y = 0$ . Сделайте чертеж.
- Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 + x, x = 1, x = 2, y = 0$ . Сделайте чертеж.

### Вариант 24

1. Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^1 x^5 dx$  ; б)  $\int_0^1 9^x dx$  ; в)  $\int_{-1}^5 \frac{2dt}{t-1}$  ; г)  $\int_0^1 (\sqrt[4]{x} - 2e^x + 3) dx$ .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  $v = (2 - 3t^2) \text{ м/с}$ . Найдите путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 3x - 4, y = 0$ . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x, x = 1, x = 4, y = 0$ . Сделайте чертеж.

Ф.И.О		
<i>Вид оценки</i> <i>(диапазон баллов)</i>	<i>Пояснения к</i> <i>выставлению баллов</i>	<i>Количество баллов</i>
Оценка за выполнение домашней работы (0-3 б.)	Правильное решение: 2-х задач –3 балла, 1 задачи - 2 балла, решение задач с ошибками - 1 балл, отсутствие д/з -0 баллов.	
Оценка за правильные ответы в конкурсе «найди пару» ( 0 – 2 б.)	Один правильный ответ – 1 балл, 2 ответа и более - 2 балла.	
Оценка за выступление или решение задачи у доски (1 б.)	Одно выступление или решение задачи у доски – 1 балл.	
Оценка за кроссворд (3 б.).	Правильное решение задачи – 1 балл.	
Оценка за тестирование (0-5б.)	За каждый правильный ответ – 1 балл.	
Суммируйте все ваши баллы		
Максимально возможное количество баллов		12
Если ВЫ набрали (10-12) баллов, поставьте оценку		5
Если ВЫ набрали (8-9) баллов, поставьте оценку		4

Если ВЫ набрали (5-7) баллов, поставьте оценку	3
Если ВЫ набрали (0-4) баллов, поставьте оценку	2
Ваша оценка	

**Раздаточный материал.**

**«Найди пару»**

$$\int\limits_a^bf\left(x\right)dx=$$

$$\int\limits_a^cf\left(x\right)dx+\int\limits_c^bf\left(x\right)dx$$

$$\int\limits_a^bf\left(x\right)dx=$$

$$C\int\limits_a^bf\left(x\right)dx$$

$$\left(\int\limits_a^bf\left(x\right)dx\right)'=$$

$$F\left(b\right)-F\left(a\right)$$

$$\int\limits_a^bf\left(x\right)dx=$$

$$0$$

$$\int_a^b Cf(x) \, dx =$$

$$f(x)$$

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] \, dx =$$

$$-\int_b^a f(x) \, dx$$

$$\int_a^b f(x) \, dx \geq \int_a^b g(x) \, dx$$

$$b-a$$

$$\int_a^b f(x) \, dx =$$

$$\int_a^b f(x) \, dx \pm \int_a^b g(x) \, dx$$

$$\int_a^b dx =$$

$$f(x) \geq g(x)$$

## Приложение интеграла к решению задач

Область применения интегралов достаточно широка. Очень часто интегралы используются при [решении задач по геометрии](#), [б и о л о г и и](#), [механике](#), [экономике](#) и [т.д.](#) В зависимости от того, какая задача решается, требуется вычислить либо определенный, либо неопределенный интеграл. Самая простейшая задача на интегралы формулируется следующим образом: вычислить неопределенный (определенный) интеграл.

## Приложение интеграла к решению задач в геометрии

Основными формулами при решении задач с интегралами по геометрии являются:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

— длина дуги

$$V = \pi \int_a^b y^2(x) dx$$

— объем тела вращения

$$S = \int_a^b (y_2(x) - y_1(x)) dx$$

— площадь плоской фигуры

## Приложение интеграла к решению задач в механике

Основными формулами при решении задач с интегралами по механике являются:

$$A = \int_a^b F(x) dx$$

— работа переменной силы

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

— путь, пройденный телом

$$S_x = \gamma \int_a^b x \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx$$

— статистический момент

$$x_c = \frac{\int_a^b x \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx}$$

— координата x центра тяжести

**Вычисление работы против сил межмолекулярного притяжения.**



$$A = \int_{V_1}^{V_2} p' dV, \text{ где } p' = v^2 a / V^2$$

- внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул.

### Сила и плотность электрического тока.

$$I = \frac{dQ}{dt}; j = \frac{I}{S},$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Согласно закону Джоуля – Ленца для бесконечно малого промежутка времени,

$$dQ = I^2 R t^2 dt.$$

Если сила тока равномерно растёт, где  $k$  – коэффициент пропорциональности  $k = (I_{\max} - I_0) / \tau = \text{const}.$

Тогда  $dQ = k^2 R t^2 dt.$  (1)

Проинтегрировав (1) и подставив выражение для  $k$ , найдем искомое количество теплоты:

$$Q = \int_0^{\tau} k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \tau^3 = \frac{1}{3} \frac{(I_{\max} - I_0)^2}{\tau^2} R \tau^3 = \frac{1}{3} (I_{\max} - I_0)^2 R \tau$$

### Заключение

Как правило, задачи с интегралами в школьном курсе математики и даже в университете имеют вполне стандартную формулировку, а их решение сводится к выбору формулы, определению пределов интегрирования и вычислению составленного интеграла.