Муниципальное бюджетное образовательное учреждение города Новосибирска

«Технический лицей при Сибирском государственном университете геоcистем и технологий»

**Многоконфигурационные планиметрические задачи**

**(задания №16 ЕГЭ, профильный уровень)**

Автор–**Охотина Л.М.,**

учитель математики высшей квалификационной категории.

Новосибирск

2018

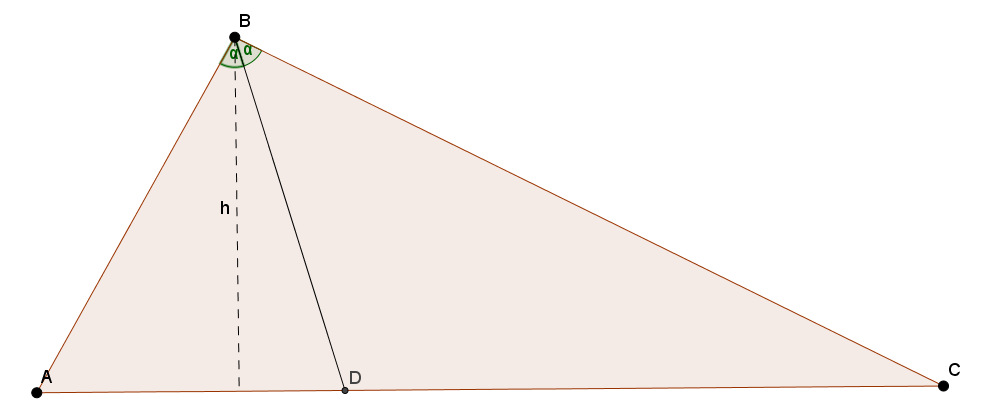
Научиться решать задачу №16 профильного ЕГЭ непросто.

Для этого нужно много и упорно решать, а также и просматривать готовые решения, беря из них для себя новые приемы, и использовать некоторые задачи планиметрии, как вспомогательные.

Рассмотрим некоторые из таких задач, которые применялись при подготовке к экзамену в 2017 году.

1. **Свойство биссектрисы треугольника**

**Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.**

Дано: , *BD –* биссектриса

Доказать: 

**Доказательство:**

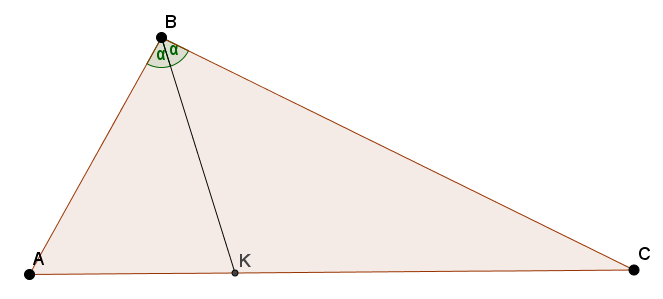
1.  
2.  
3.  и 

Следовательно,  и т.д.

**Задача №1**

**Вычислите биссектрису , проведенную из вершины *A*, если **

**Решение:**

1. *AK* – биссектриса , тогда 





1. По теореме косинусов:



1. 



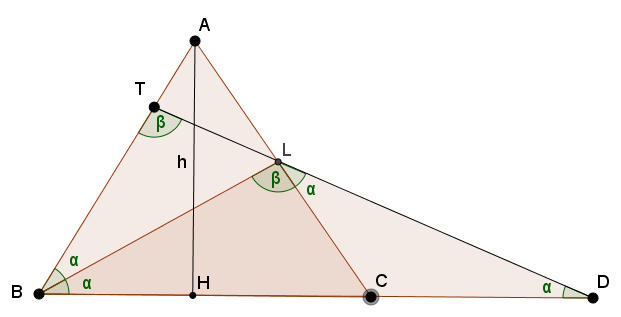
**Ответ:** 10.

**Задача №2**

**На отрезке *BD* взята точка *C*. Биссектриса *BL* равнобедренного треугольника  с основанием *BC* является боковой стороной равнобедренного треугольника с основанием *BD*.**

1. **Докажите, что  – равнобедренный.**
2. **Известно, что  В каком отношении прямая *DL* делит сторону *AB*?**

**Решение:**



1. 
2. По свойству биссектрисы:



1. (по двум углам) 



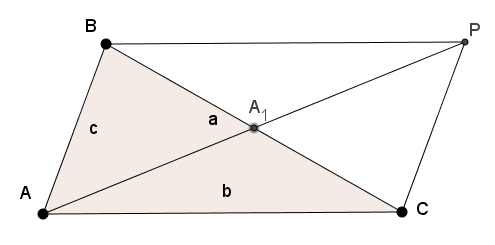


Тогда .

1. 

**Ответ:** 

1. **Длина медианы**

**Дано: **

** – медиана,**

****

**Доказать: **

**Доказательство:**

1. Продолжим за точку A1, чтобы следовательно, *ABPC –* параллелограмм.
2.  (по свойству диагоналей параллелограмма)



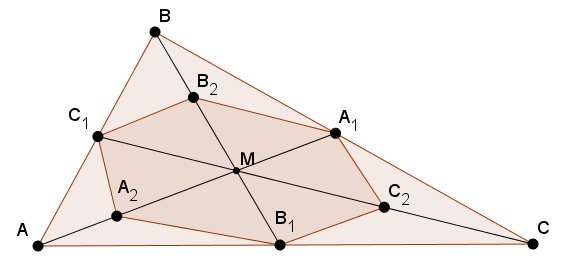
 чтд.

**Задача**

**Медианы *AA1*, *BB1* и *CC1* треугольника  пересекаются в точке *M*. Точки *A2*, *B2* и *C2 –* середины отрезков *MA*, *MB* и *MC* соответственно.**

1. **Докажите, что площадь шестиугольника *A1B2C1A2B1C2* вдвое меньше площади .**
2. **Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что **

**Решение:**



1. 



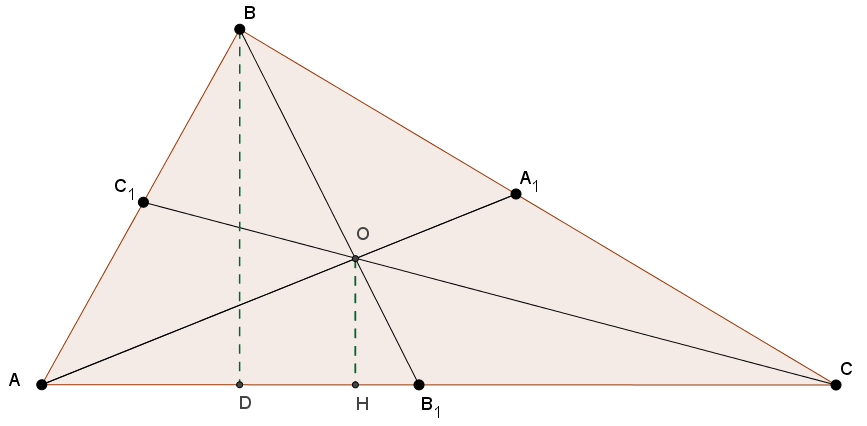


1. 



1. 

**Ответ:** 21,5.

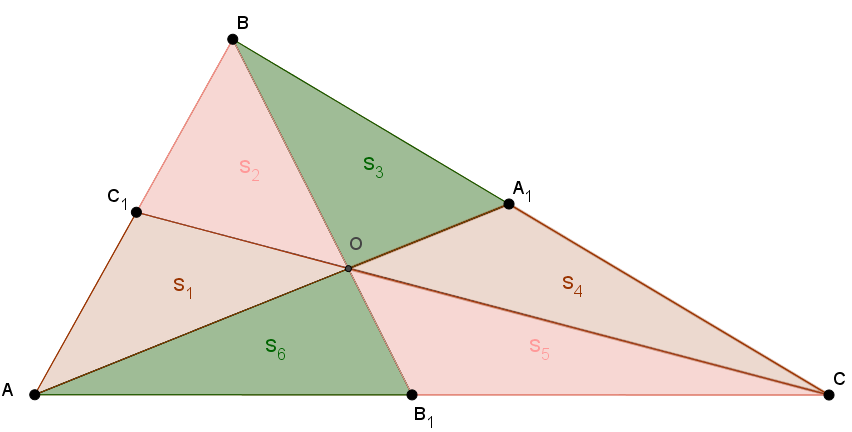
1. **Вычисление площади треугольника через медианы этого треугольника**
2. 
3. 



1. Аналогично



1. **Медианы треугольника делят его на 6 равновеликих треугольников.**

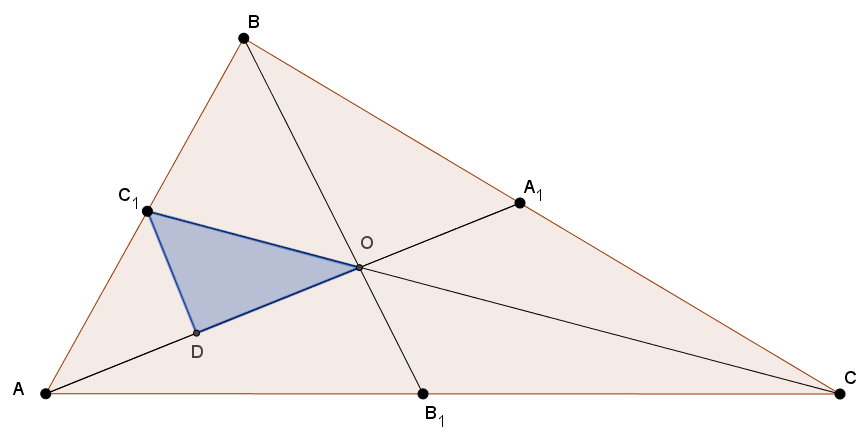


1.  т.к.







1. Аналогично 
2.  т.к. высоты, опущенные из точки O, равны и 
3. Аналогично  и . Следовательно, 
4. **Вычисление площади треугольника, если известны его медианы**.
5.  

Получили  его стороны: 



1. Следовательно, , где  – треугольник со сторонами, равными медианам .

Коэффициент подобия .

1. С другой стороны,  (т.к. их основания отличаются в 2 раза, а высоты, опущенные из точки , равны).



1. .

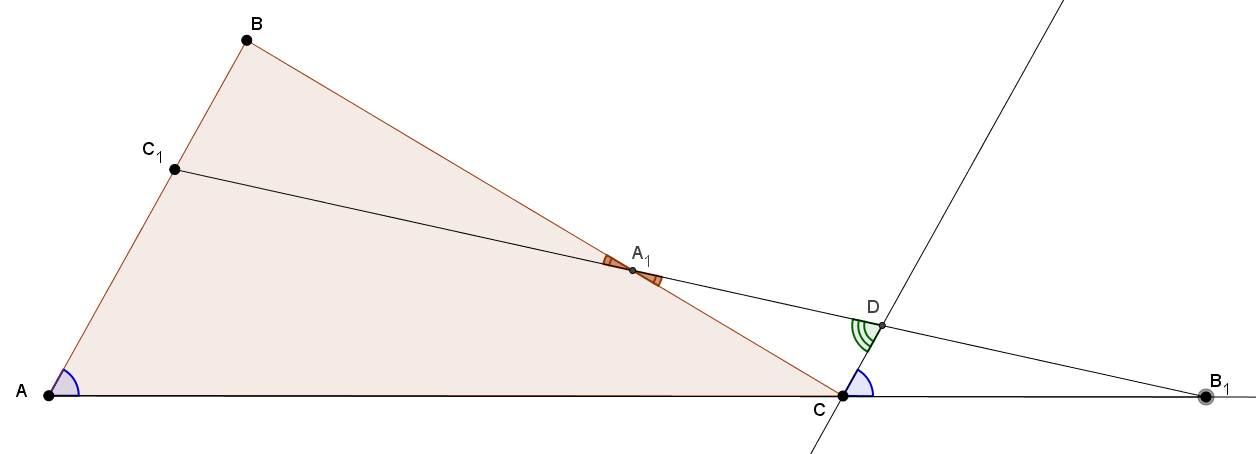
**Пример**

Медианы треугольника 3; 4; 5; Найти площадь этого треугольника.

**Решение:**



1. **Теорема Менелая**



Пусть прямая пересекает ,

 – точка ее пересечения со стороной *AB,*

 – точка ее пересечения со стороной *BC,*

 – точка ее пересечения со стороной *AC.*

Тогда имеет место соотношение:

.

**Доказательство:**

1. 

 т.к.  – общий, 



1. 

Т.к.  как вертикальные,

 как накрест лежащие при  и секущей 

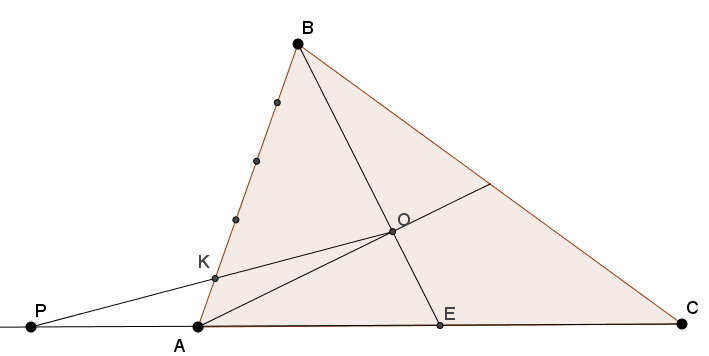


1. Приравняем *CD*:



Умножим обе части равенства на дробь получаем:

 ч.т.д.

**Задача №1**

**Дано: **

** и  – медианы**

****

****

****

**Найти: *AP.***

**Решение:**



1. 
2. К и прямой *PO* применяем т.Менелая:

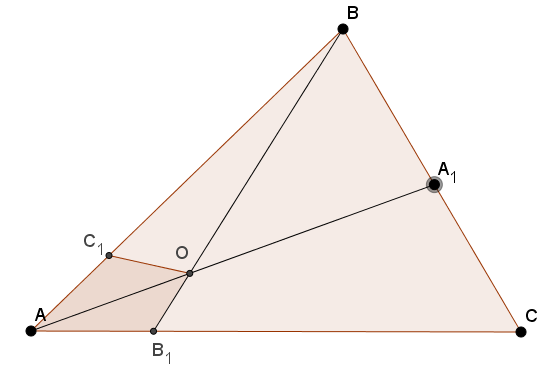


**Ответ:** *AP* = 2.

**Задача №2**

***Точки B1 и C1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC, причем AB1: B1C = AC1:C1B. Прямые BB1 и CC1 пересекаются в точке O.***

1. **Докажите, что прямая *AO* делит пополам сторону *BC*.**
2. **Найдите отношение площади четырехугольника *AB1OC1* к площади треугольника *ABC*, если известно, что *AB1: B1C = AC1:C1B = 1:3.***

**Решение:**

**Решение a)**

1. Т.к. 

 и  – общий для  и .



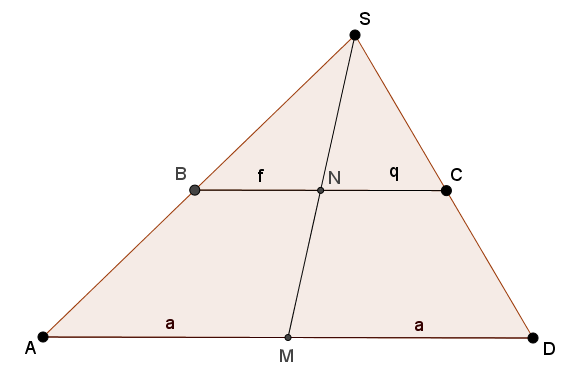
 – трапеция.

1. По свойству трапеции:

Точка *A* – продолжение боковых сторон;

*O –* точка пересечения диагоналей и середины оснований лежат на одной прямой, то *A1* – середина *BC*. Ч.т.д.

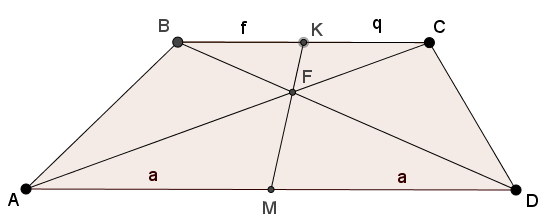
*Было использовано свойство трапеции*

В любой трапеции точка пересечения диагоналей, точка пересечения продолжения боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

1. Пусть 
2. 
3. 

, т.е. *N* – середина *BC*.

Следовательно, *S*, *M* и *N* лежат на одной прямой.

 (*M* – середина *AD*, *N* – середина *BC*)

Доказательство:

Пусть 

1. 
2. 

, т.е. *K* – середина *BC*. Т.е. 

Следовательно, *F*, *M* и *N* лежат на одной прямой.

1.  *S*, *M*, *N*, *F* лежат на одной прямой.

**Решение b)**

1. 

Рассмотрим  и прямую BB1. По т. Менелая: 

По условию ,

*A1* – середина *BC* (?)

Получаем 

1. 
2. 
3. Аналогично, 
4. 

**Ответ:** 1:10

**Список литературы и источников**

1.Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. / Под редакцией И.В. Ященко –М. «Экзамен» 2017 г.

2.Колесникова С.И. Математика. Решение сложных задач ЕГЭ. Домашний репетитор. «АЙРИС ПРЕСС» 2005 г.

3.Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. https://ege.sdamgia.ru/