**Министерство образования и науки Российской федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**

**высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**Арзамасский филиал**

**Факультет дошкольного и начального образования**

Кафедра методики дошкольного и начального образования

**Выполнила:**

**Шутова Е.А.**

студентка 3 курса

заочной формы обучения,

направление «Педагогическое образование»

профиль «Начальное образование»

**Выпускная квалификационная работа**

**формирование и развитие пространственных представлений у детей младшего школьного возраста средствами математики**

**Научный руководитель:**

кандидат педагогических наук,

доцент **Баранова Е.В.**

**Рецензент:**

учитель начальных классов

высшей квалификационной категории

МБОУ Ризоватовской СШ

Гуляева В.П.

***Допущен к защите***

И.о.заведующего кафедрой методики дошкольного и начального образования,

кандидат педагогических наук, доцент

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Гусев Д.А.

(подпись)

«»2016

**Арзамас**

**2016**

**Содержание**

Введение………………………………………………………………………………..3

Глава 1. Психолого-педагогические основы формирования пространственных

представлений у детей младшего школьного возраста……………..…………….......6

1.1. Научно-теоретический анализ понятия

пространственных представлений...................................................………….6

1.2. Психолого-педагогические особенности формирования

пространственных представлений младших школьников..............................11

Выводы по главе 1…………………………………………………………................21

Глава 2. Методические аспекты формирования пространственных

представлений младших школьниковсредствамиматематики………..…….........22

2.1.Этапы формирования и развития пространственных представлений

у детей младшего школьного возраста.........................................................16

2.1. Основные направления формированияпространственных

представлений в начальном курсе математики………..………………………22

2.3. Опытно-экспериментальная работа по исследованию процесса

формирования и развития пространственных представлений

младших школьников……………………..……………………..37

Выводы по главе 2…………………………………………………………................54

Заключение……………………………………………………………………………56

Литература…………………………………………………………………….............59

**Введение**

В настоящее времяФедеральный государственный стандарт начального общего образования (ФГОС НОО) ставит перед педагогической наукой и практикой задачу совершенствования общеобразовательной и профессиональной школы. Определенный объем математических знаний, владение характерными для математики методами и знакомство с ее специфическим языком в современных условиях являются необходимыми элементами общей культуры. Все это требует решения таких актуальных проблем, как развитие мышления личности, совершенствование практических умений и навыков и т.п. В их ряду важное место занимает и проблема формирования и развития пространственных представлений обучающихся.

В психолого-педагогических исследованиях экспериментально подтверждается связь между склонностью человека к соответствующим профессиям и уровнем развития у них пространственных представлений. Кроме того, развитые пространственные представления необходимы учащимся для восприятия учебного материала систематического курса геометрии и для решения различного рода теоретических и практических задач.

Вместе с тем развитие пространственных представлений – одна из сложных задач обучения. Одной из причин невысокого уровня развития пространственных представлений является недостаточность пропедевтической работы в этом направлении при изучении начальных сведений по геометрии.

Учитывая психологические особенности детей младшего школьного возраста в восприятии пространства, можно с уверенностью утверждать, что существуютвсе необходимые предпосылки для успешного формирования у них пространственных представлений.В связи с этим существует необходимость в разработке научно обусловленного и эффективного дидактического и методического комплекса средств формирования пространственных представлений младших школьников.

Все вышесказанное свидетельствует об **актуальности проблемы исследования.**

Теоретической и методологической основой исследования являются научные идеи и концепции российских ученых: Белошистой А.В., Воронько Т.А., Истоминой Н.Б., Лихтарникова Л.М., Моро, Тихомировой Л.Ф., Щукиной Г.И. и др.Вопросы, связанные с восприятием пространства, формированием и развитием пространственных представлений исследовались в работах таких психологов, как Б.Г.Ананьев, П.П.Блонский, М.А.Данилов, Б.Ф.Ломов, С.Л.Рубинштейн, Б.М.Теплов, Ф.Н.Шемякин, И.Я.Каплунович, И.С.Якиманская и др. В психологии накоплены богатые данные о пространственных представлениях и закономерностях их формирования и развития, которые служат психологической основой для разработки методики формирования и развития пространственных представлений при обучении математике.

Многочисленные научно-методические исследования затрагивают различные аспекты данной проблемы. В частности, изучениемпропедевтической работы по геометрии в младшем школьном возрасте для формирования и развития пространственных представлений школьников занимались Е.В. Знаменская, Н.Д. Мацько, И.А. Кочеткова, Н.С. Подходова, М.В. Пидручная, С.Б. Верченко, А.А. Столяр, Е.И. Щербакова и др. В них затрагиваются вопросы, связанные с выявлением и разработкой методических приемов и средств, способствующих успеху данного процесса, вопросы диагностики пространственных представлений обучаемых и определения причин недостаточного их развития.

Обучение детей математике в школе ведётся по УМК «Школа 21 века». Автор учебника «Математика» В.Н.Рудницкая, Т.В.Юдачёва.

В выпускной квалификационной работе проведен анализ результатов исследований, посвященных проблеме формирования и развития пространственных представлений, как в психологическом, так и в методическом контексте.Это позволило уточнить основные понятия с учетом специфики методики преподавания математики в начальной школе, выявить психологические и методические особенности формирования пространственных представлений у детей младшего школьного возраста.

**Цель** выпускной квалификационной работы: раскрыть теоретические основы и методические особенности формирования и развития пространственных представлений детей младшего школьного возраста средствами математики, проверить полученные теоретические выводы экспериментально.

**Объект исследования:**процесс обучения математике детей младшего школьного возраста, а **предмет -**содержание и методические особенности формирования и развития пространственных представлений младших школьников в процессе изучения математики.

**Гипотеза исследования:**уровень развития пространственных представлениймладших школьников повысится,если в процесс обучения их математике включить комплекс упражнений, разработанный с учетом основных направлений формирования пространственных представлений в начальной школе.

Исходя из поставленной цели можно сформулировать следующие **задачи исследования**:

1. Рассмотреть психолого-педагогические основы формирования пространственных представлений детей младшего школьного возраста средствами математики: научно-теоретический анализ понятия пространственных представлений; психолого-педагогические особенности формирования пространственных представлений у младших школьников.

2. Описать этапы формирования и развития пространственных представленийу детей младшего школьного возраста

3. Определить основные направления формирования пространственных представлений у младших школьников и раскрыть методику работы на каждом из них.

4. Составить комплекс упражнений, способствующих формированию и развитию пространственных представлений детей младшего школьного возраста средствами математики.

5. Экспериментальнопроверить эффективность использования предлагаемого комплекса в процессе обучения младших школьников.

Для решения поставленных задач определены следующие **методы исследования:** анализ литературы по исследуемой проблеме; наблюдение за работой учителей, обобщение их педагогического опыта;констатирующий, обучающий и контрольный эксперименты с учащимися начальных классов; анализ результатов проведённого эксперимента.

**База исследования:**МБОУ Починковская СШПочинковского района Нижегородской области.

**Структура** выпускной квалификационной работы определена логикой и последовательностью решения задач исследования. Данная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы.

**Глава 1. Психолого-педагогические основы формирования пространственных представлений у детей младшего школьного возраста**

**1.1. Научно-теоретический анализ понятия пространственных представлений**

Рассмотрим, каким образом трактуется понятия «пространственные представления»в психолого-педагогической и научно-методической литературе.Так как данное понятие является психологической категорией, то для его уточнения обратимся сначала к соответствующей литературе. В современной психологии понятие пространственных представлений связывается с понятием образа объекта или явления, где образом называют субъективный феномен, возникающий в результате предметно-практической, сенсорно-перцептивной мыслительной деятельности, представляющий собой целостное интегративное отражение действительности, в котором одновременно представлены основные перцептивные категории (пространство, движение, цвет, форма, фактура и т.п.). При этом большое внимание уделяется зрительным образам, так как их информационная емкость особенно велика. Они позволяют мгновенно схватывать отношения между реальной и представляемой ситуацией. [32].

П.П. Блонский [3] под образной памятью человека понимает зрительные образы, а представлениями называет конкретные знания, имеющие чувственную окраску. Автор отмечает, что источником представлений может быть либо собственное восприятие человека, либо слово. В первом случае представления частные или даже индивидуальные. Во втором случае на первый план выступает субъект действия, причина, производящая действие. В связи с этим начинает детализироваться представление о данном предмете, а с другой стороны, представления становятся более общими. По мере развития представлений, на первый план будет выступать не предмет, как таковой, а связи и отношения, в которых он существует. Автор также указывает на положительную роль представлений в мыслительной деятельности обучаемых. С.Л. Рубинштейн [41, 42] считает представления необходимым моментом познания. Он называет их психологическими образованиями, которые являются промежуточным звеном между восприятием и запоминанием, и служат фундаментом для образования обобщенных понятий. В психологическом словаре под редакцией В.В. Давыдова [38] пространственные представления определяются как представления о пространстве и пространственно-временных свойствах и отношениях: величине, форме, относительном расположении объектов и т. п. Они выступают как необходимый элемент познания и всей практической деятельности.

Таким образом, обобщая взгляды психологов на данное понятие, можно констатировать, что, с их точки зрения, пространственные представления являются целостными субъективными образами пространственных объектов или явлений, которые отражены и закреплены в памяти на основе восприятия наглядного материала в процессе деятельности. Тогда формирование и развитие пространственных представлений можно рассматривать как процесс создания образов и оперирование ими.

Такой взгляд на пространственные представления был взят за основу многими учеными-методистами [2, 8, 13, 18 и др.] при разработке методики формирования и развития пространственных представлений обучаемых. Под пространственными представлениями они чаще всего понимают образ той или иной пространственной (геометрической) конфигурации, отношения между ее элементами. Процесс формирования и развития пространственных представлений характеризуется умением мысленно конструировать пространственные образы или схематические конфигурации изучаемых объектов и выполнять над ними мыслительные операции, соответствующие тем, которые должны быть выполнены над самими объектами.

Особенность таких представлений состоит в том, что сами пространственные конфигурации являются не объектами реального мира, а мыслительными образами, полученными в результате абстрагирования от этих объектов и содержащими в себе их существенные свойства и признаки. Для формирования таких представлений, уже на первых этапах необходима опора на определенные знания о рассматриваемых геометрических объектах, то есть сразу же начинает работать не только пространственный (создание образа), но и логический (выявление существенных признаков) компонент мышления. Познавательная природа представлений раскрывается в том, что они являются промежуточным звеном при переходе от ощущения к мысли. Включение представления в процесс мышления и развитие самого представления, обогащение его мыслью в этом процессе – в этом состоит диалектика взаимосвязи представления и мышления в процессе развития человеческого познания.

Методическими и психологическими исследованиями [7, 28, 31 и др.] доказано, что ясные и отчетливые представления о геометрических объектах, последовательно образованные в сознании обучаемых, являются прочной основой для усвоения научных знаний. Представление как важный элемент познания призвано всегда связывать образы предметов и явлений со смыслом и содержанием понятий о них. Оно в процессе формирования понятий играет роль чувственной наглядной опоры. Но, в свою очередь, формирование представлений требует овладения понятием, поскольку понятие определяет содержание образа. Чувственное содержание образа становится носителем смыслового содержания, являясь опорным пунктом обобщенного логического знания. Следовательно, между понятием и соответствующим ему представлением существует диалектическая взаимосвязь.

Итак, как уже было отмечено, пространственные представления по отношению к мышлению являются исходной базой, условием развития, но, в то же время, и формирование представлений требует предварительного овладения понятиями и фактами. Можно сказать, что процесс формирования пространственных представлений о геометрических объектах проходит на основе знаний о них.

Если говорить о формировании пространственных представлений в процессе изучения геометрического материала, то здесь в первую очередь будут задействованы два взаимосвязанных компонента мышления: пространственный и логический. К ним также целесообразно добавить и третий – конструктивный компонент. При этом под пространственным компонентом будем понимать создание образов геометрических объектов и оперирование ими, под логическим – использование знаний о геометрических объектах (понятий, существенных свойств), конструктивный компонент будет выражаться в умении правильно изображать геометрический объект с помощью модели, рисунка, чертежа.

Формирование пространственных представлений о геометрическом объекте начинается с восприятия, на основе которого возникает первичное представление о нем (пространственный компонент), далее включается логический компонент мышления, выделяются существенные признаки геометрического объекта, его свойства, на основе восприятия появляются определенные знания о нем. Для закрепления и развития формируемого представления осуществляется его использование в новой ситуации, в решении задач, то есть опять включается пространственный компонент в совокупности с логическим и конструктивным: геометрическая конфигурация произвольно воспроизводится на плоскости или в виде модели; сопоставляются свойства исходного представления с его изображением, пространственное представление включается в систему новых связей, то есть в процессе решения задач данное представление сопоставляется с другими понятиями и представлениями, что способствует его дальнейшему развитию.

Например, формирование представления о точке может происходить по следующей схеме: сначала создается первичное представление о точке, как, например, о следе карандаша; далее выделяются ее существенные свойства – объект, не имеющий длины и ширины; затем на этой основе происходит интерпретация данного представления в новых условиях, оно включается в новые связи: точка, например, рассматривается как пересечение двух прямых или как вершина треугольника, пирамиды. Таким образом, формируется обобщенное представление о точке, близкое к понятию. Его развитие осуществляется в результате оперирования данным представлением в процессе решения задач.

На основе всего вышесказанного можно сделать вывод, что содержание пространственных представлений в теории и методике обучения математике следует рассматривать не просто как образ отраженного объекта или явления, оно включает в себя также и знания, доступные обучаемым данного возраста, связанные с этим объектом и извлеченные в процессе его восприятия. Это скорее результат визуального мышления, сочетающего в себе взаимосвязанные пространственный и логический компоненты мышления.

В последнее время появилось немало исследований, в которых рассматривается роль и изучаются возможности использования визуального мышления для повышения эффективности процесса обучения математике [39,40 и др.].

Визуальное мышление – это человеческая деятельность, продуктом которой является порождение новых образов, создание новых визуальных форм, несущих определенную смысловую нагрузку и делающих знание видимым. Р. Арнхейм [1] понимал под визуальным (зрительным, наглядным) мышлением мышление посредством визуальных (зрительных) операций. А.Р. Лурия [24], исследуя познавательные процессы, выделяет ум, который работает с помощью зрения, умозрительно.

Человеческая деятельность, называемая визуальным мышлением, имеет две стороны. Первая связана с взглядом на визуальное мышление как на некоторую подсистему (по отношению к мышлению в общепринятом смысле), призванную поднять свойства чувственного зрительного восприятия на уровень полноценной продуктивной мыслительной деятельности. Вторая – состоит в порождении новых визуальных форм (создание пространственных представлений), в активной трансформации этих форм (оперирование пространственными представлениями), которая делает обозримым их внутренний смысл и приводит к содержательным результатам.

Итак, под пространственным представлением, формируемым в процессе изучения математики, будем понимать обобщенный образ геометрического объекта, складывающийся в результате переработки (анализа) информации о нем, поступающей через органы чувств. Другими словами, пространственное представление геометрического объекта является результатом деятельности визуального мышления, связанного с этим объектом.

**1.2. Психолого-педагогические особенности формирования пространственных представлений младших школьников**

Знание психологических особенностей формирования и развития пространственных представлений младших школьниковзанимает важное место в профессиональнойподготовке будущего воспитателя детского дошкольного учреждения к руководству этим процессом Целесообразность и возможность формирования пространственных представлений учащихся начальных классов подтверждается психолого-педагогическими и научно-методическими исследованиями.

В процессе развития мышления личности можно проследить следующие генетические ступени: наглядно-действенное, наглядно-образное, понятийное мышление. Ребенок, как утверждают психологи (П.П. Блонский, Л.С. Выготский, и др.) вступает в школьный возраст с чрезвычайно слабой функцией интеллекта при грандиозных возможностях памяти и ещё более грандиозных – восприятия, которое является базой образного, а, следовательно, и пространственного мышления.

Это означает, что в возрасте шести-десяти лет мозгребёнка готов к восприятию образной информации. Её усвоение и понимание происходит с меньшими психофизиологическими затратами активации мозга, то есть без принуждения, без волевых дополнительных усилий, направленных на организацию внимания, запоминания, воспроизведения.

Наглядно-образное мышление характеризуется тем, что решение мыслительных задач происходит в результате внутренних действий с образами (представлениями). Возникновение наглядно-образного мышления связано с формированием символической функции, благодаря которой представления начинают выступать в качестве заместителей реальных объектов.

Такимобразом,набазенаглядно-образного мышления происходит формирование и развитие пространственных представлений ивоображения младших школьников.

Однако, наглядно-образное мышление, преобладающее у дошкольников и детей, начинающих учебу в школе, продолжая впоследствии совершенствоваться, уже не может оставаться универсальным средством познавательной деятельности в младшем школьном возрасте. В этом возрасте развитие восприятия и воображения ребенка проходит качественно новый этап, обязательный как для совершенствования самого образного познания действительности, так и для развития теоретического мышления ребенка, мышления, в котором органично сочетается чувственное и логическое. Такое сочетание становится возможным благодаря деятельности воображения.

Мышление в младшем школьном возрасте претерпевает значительные изменения. В этот период происходит переход от наглядно-образного мышления, для которого характерна опора на представления, к абстрактно-логическому (теоретическому) мышлению, для которого характерна опора на понятия.

В ходе онтогенеза формирование и развитие пространственных представлений осуществляется в недрах тех форм мышления, которые отражают закономерные этапы общего интеллектуального развития. Сначала это происходит в системе наглядно-действенного мышления, затем в своих наиболее развитых и самостоятельных формах выступает в контексте наглядно-образного мышления. По мере овладения предметной деятельностью, графической культурой, определённой системой знаний, умений и навыков формируются теоретические формы пространственного мышления [32].

Анализ психологических исследований показывает, что для реализации данных направлений в практике обучения младших школьников с целью формирования и развития у них пространственных представлений существуют все необходимые предпосылки. Определяющей характеристикой в восприятии пространства, как считают психологи, является способность к произвольной смене точки отсчёта. Эта способность, в свою очередь, определяется способностью к произвольному изменению положения пространственного образа объекта, его элементов, а, значит характеризует такое качество пространственных представлений, которое психологи определяют как динамичность. Изменение точки отсчёта позволяет найти такую позицию наблюдателя, с которой субъект, рассматривая пространственную фигуру, знакомится и с плоскими фигурами, полученными как проекции пространственных на определённые плоскости. Таким образом, такое качество как динамичность пространственных представлений способствует формированию понятия проекции, то есть лежит в основе формирования проективных представлений. Исследования психологов показывают, что ребёнок довольно рано начинает ориентироваться в окружающем его пространстве, вычленяя не только положение собственного тела среди объектов, но и положение объектов относительно друг друга. Дети младшего школьного возраста проявляют способность к произвольной смене точки отсчёта при оперировании пространственными соотношениями. Эта способность, по мнению И.С.Якиманской [51, 52], определена самой природой детского восприятия. Для любого нормально развивающегося ребёнка познание предметов через их восприятие является не пассивным созерцанием, а активным действием с ними. Действительно, для ребёнка семи-восьми лет, естественна не созерцательная деятельность, а действие, причём личное. Ему интереснее не стационарный объект, а его движение, преобразование, видоизменение. Кроме того, направленный в одну точку взгляд при наблюдении приводит, согласно исследованиям, к более ошибочным результатам, чем при движении глаз.

Используя различные объекты в своей практической (игровой, трудовой и др.) деятельности ребёнок постоянно обращает внимание на то обстоятельство, что в зависимости от выбранной им базы отсчёта предмет как бы изменяет свой внешний облик, обогащается различными деталями, ранее скрытыми от восприятия. Манипулируя с предметом в целях его познания, ребёнок лучше узнаёт его строение (соотношение частей). Интуитивно он начинает понимать, что один и тот же объект может иметь различное соотношение частей в зависимости от условий восприятия (позиции наблюдения). Эти предпосылки, по мнению психологов, являются основой для формирования проективных представлений младших школьников в процессе обучения математике.

Основополагающим понятием при оперировании пространственными соотношениями в процессе перехода от плоскости к пространству и обратно является понятие проекции. Экспериментальные исследования (Н.П. Линькова [22], О.И. Галкина [5], И.С. Якиманская [52], Н.П .Сакулина [43]) показывают, что уже младшие школьники вполне готовы к усвоению этого понятия, широкому его использованию в процессе решения учебных задач, 6-10 лет – наиболее благоприятный период для усвоения метода проецирования (центрального, прямоугольного, параллельного). В частности, дети младшего школьного возраста легко усваивают способ образования чертежа с трёх разных точек зрения (спереди, сверху, сбоку) отвечает сложившейся у них практике манипулирования предметами в ходе игры, изобразительной, конструктивной деятельности. Таким образом, возраст младших школьников является наиболее сензитивным для восприятия и изображения объёмных форм (передачи формы, размеров, пропорций) в ортогональном, параллельном и центральном проецировании. Ребёнок мысленно как бы поворачивает предметы к себе разными гранями, выбирая за базу отсчёта ту грань, которая наиболее важна для выявления сложной конструкции предмета.

Кроме того, как показывают исследования психологов, дети младшего школьного возраста обладают способностью к выполнению элементарных геометрических преобразований, как на плоскости, так и в пространстве. Причём, младшие школьники выполняют пространственные преобразования нередко даже более продуктивно и оригинально, чем старшеклассники. Это объясняется тем, что у них ещё не сложился стереотип выполнения преобразований только на плоскости. Установлено, что такие преобразования как симметрия и параллельный перенос выполняются легче, чем поворот, ортогональное и параллельное проецирование (И.Я.Каплунович [16]). Психологически ребёнку легче осуществлять перемещение элементов и самих фигур по прямой и осмысливать способы их построения, нежели по дуге окружности, как это происходит при повороте. Ребёнок часто встречается с симметрией в жизни, что позволяет строить задания так, чтобы их выполнение опиралось на эмпирический опыт ребёнка и его интуицию.

Экспериментальные исследования показали, что дети младшего школьного возраста выполняют элементарные преобразования симметрии как в пределах плоскости, так и в пространстве по собственной инициативе. При этом они обнаруживают динамизм восприятия, произвольную смену точки отсчёта, позиции наблюдения, то есть у них довольно легко и быстро формируются необходимые психологические механизмы, обеспечивающие пространственные преобразования заданных геометрических объектов. Эти психологические особенности ребёнка должны быть использованы в практике обучения.

Обобщая вышесказанное, выделим психологические предпосылки, присущие детям младшего школьного возраста, которые лежат в основе формирования и развития их пространственных представлений [26]: а) способность к произвольной смене точки отсчёта при оперировании пространственными образами и соотношениями; б) готовность к усвоению метода проецирования и понятия проекции; в) готовность к усвоению знаний о пространственных формах и методах их изображения на плоскости; г) способность к выполнению геометрических преобразований в пределах плоскости и в пространстве и др.

Наличие выделенных предпосылок способствует формированию и развитию таких показателей пространственных представлений, как *полнота* (готовность к усвоению понятия проекции, готовность к усвоению знаний о пространственных формах и способах их изображения на плоскости); *динамичность* (способность к произвольной смене точки отсчета при оперировании пространственными образами и соотношениями); *устойчивость* (готовность к усвоению понятия проекции, готовность к усвоению знаний о пространственных формах и способах их изображения на плоскости, способность к выполнению геометрических преобразований в пределах плоскости и в пространстве), а также способствует овладению различными *типами оперирования* образами пространственных объектов (способность к произвольной смене точки отсчета при оперировании пространственными образами и соотношениями, готовность к усвоению понятия проекции, готовность к усвоению знаний о пространственных формах и способах их изображения на плоскости, способность к выполнению геометрических преобразований на плоскости и в пространстве) [25].

Таким образом, формирование и развитие пространственных представлений детей младшего школьного возраста невозможно осуществлять без учета их психологических особенностейв восприятии пространственных характеристик.

**Выводы по главе 1**

В первой главе выпускной квалификационной работы раскрыты теоретические основы формирования пространственных представлений детей младшего школьного возраста. Здесь дан научно-теоретический анализ понятия пространственных представлений. Под пространственным представлением, формируемым в процессе обучения математике, понимают обобщенный образ геометрического объекта, складывающийся в результате переработки (анализа) информации о нем, поступающей через органы чувств. Другими словами, пространственное представление геометрического объекта является результатом деятельности визуального мышления, связанного с этим объектом.

Анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы позволил выявить психолого-педагогические особенности формирования пространственных представлений детей старшего дошкольного возраста. Дети этого возраста обладают способностью к произвольной смене точки отсчёта при оперировании пространственными образами и соотношениями, к выполнению геометрических преобразований в пределах плоскости и в пространстве; они готовы к усвоению метода проецирования и понятия проекции; к усвоению знаний о пространственных формах и методах их изображения на плоскости. Выделенные предпосылки, присущие учащимся начальных классов, лежат в основе формирования и развития их пространственных представлений.

Учитывая характерные психологические особенности детей данного возраста в восприятии пространства, формирование геометрических образов в представлении ребенка следует осуществлять в три этапа (переход от предметов жизненного пространства ребенка к пространственным формам; переход от пространственных форм к элементам двумерного пространства (плоскости); переход от элементов плоскости к элементам трехмерного, но уже не реального, а геометрического пространства).

**Глава 2. Методические аспекты формирования пространственных представлений младших школьников средствами математики**

**2.1. Этапы формирования пространственных представлений**

**у детей младшего школьного возраста**

Учитывая психологические особенности ребенка в восприятии пространственных характеристик, процесс формирования пространственных представлений целесообразно осуществлять в три этапа:

1 этап – переход от предметов жизненного пространства ребенка к пространственным формам;

2 этап – переход от пространственных форм к элементам двумерного пространства (плоскости);

3 этап – переход от элементов плоскости к элементам трехмерного, но уже не реального, а геометрического пространства.

Первоначальные представления ребенка о форме, размере, пространственном положении объектов создаются на основе манипулирования реальными предметами. Например, в процессе игры ребенок, совмещая кубики сторонами, получает разные геометрические формы. Мяч в его сознании ассоциируется с гладким, круглым предметом, который можно катать, легко ловить и т.п. Неосознанное выделение ребенком геометрических свойств предметов происходит в трехмерном пространстве, где он непосредственно соприкасается с формой. Поэтому при формировании пространственных представлений целесообразно осуществлять переход от предметов жизненного пространства ребенка к их абстрактной геометрической форме. В этом и будет заключаться первый этап развития ребенка в восприятии пространства [19, 25].

Использование в обучении объемных геометрических моделей куба, пирамиды, призмы, цилиндра и других поможет ребенку осуществить переход от реальных предметов к геометрическим фигурам. Ценность модели как дидактического средства заключается в том, что она воспроизводит форму объекта, исключая другие его свойства, которые не являются предметом изучения для геометрии. Вместе с тем объемная геометрическая модель дает ребенку возможность манипулировать с ней так же, как с объектами, встречающимися в жизненном пространстве ребенка.

Большую роль в формировании пространственных представлений играет раннее знакомство с графической формой (рисунком) пространственных объектов посредством телевидения, компьютерных игр, а также собственной «изобразительной деятельности». Это помогает ребенку приобрести опыт оперирования геометрическими образами фигур на плоскости. В обучении этот факт следует использовать при переходе от элементов трехмерного пространства к двумерному (плоскости). Это второй этап развития ребенка в восприятии пространства.

Третий этап развития ребенка в восприятии пространства будет заключаться в переходе от элементов двумерного пространства к элементам трехмерного пространства, но уже не реального, а геометрического.

Принято считать, что переход от одного этапа к другому необходимо осуществлять с большими интервалами времени. Исследования, проведенные И. С. Якиманской, подтверждают, что дети уже в дошкольном и младшем школьном возрасте психологически готовы к тому, чтобы одновременно осуществлять переход от трехмерных образов к двумерным и наоборот. Теоретические основы и практическое подтверждение этому были даны, в частности, М. Б. Богдановичем. Наблюдения показывают, что у них трехмерные ощущения более развиты, чем двумерные (плоскостные). А при существующей системе формирования пространственных представлений накопленный ребенком индивидуальный опыт восприятия пространственных характеристик объектов в процессе обучения сначала вытесняется и утрачивается, а затем возрождается на более сложной основе. Этим объясняются и многие психологические трудности учащихся при освоении геометрии в средней школе [52].

Таким образом, переход от трехмерного пространства к двумерному, а от него к трехмерному, но уже не реальному, а геометрическому необходимо осуществлять в виде сменяющих и взаимодополняющих друг друга циклов. Опыт показывает, что переход от одного цикла к другому сопровождается формированием у ребенка качественно нового уровня восприятия пространства. Например, сначала у ребенка формируется представление о том, что клубок имеет форму шара, а коробка – параллелепипеда, он способен описать словесно форму шара и параллелепипеда, опираясь на непосредственное восприятие предметов и моделей. Далее ребенок способен графически передать форму параллелепипеда и шара, то есть взаимное расположение, количество и геометрическую форму их элементов, опираясь на модели фигур. Затем дети уже оперируют представлениями шара и параллелепипеда, способны изготовить модель, например, параллелепипеда, из бумаги на основе своих представлений, без опоры на наглядность.

Таким образом, в процессе формирования представлений о пространственных характеристиках весь чувственный аппарат должен обрабатывать поступающую информацию и функционировать комплексно, давая нагрузку всем органам чувств. В этом случае в процессе восприятия формы различные виды ощущений будут стимулировать и дополнять друг друга, создавая в представлении школьника четкий геометрический образ. Этому помогает использование в обучении словесных, условно-схематических, предметных и иллюстративно-графических средств и эффективности восприятия формы значительно возрастает, если оно сопровождается моторно-графическим запоминанием. Поэтому построение геометрических фигур на бумаге, изготовление их моделей из картона и пластического материала (проволоки, пластилина) должно быть поставлено во главу угла.

Обостренно-чувственное и эмоциональное восприятие мира ребенком, его действенная энергия, открытость и чистота, в которой присутствует активное, ярко выраженное желание познавать, создают тот благоприятный момент, когда он готов впитывать информацию подобно губке, а эмоции и чувства, еще не приглушенные жизненным опытом и проблемами, находятся на верхнем пределе. Это то самое время, когда процесс формирования пространственных представлений носит самый благоприятный характер. Решение этой задачи на других этапах может быть осложнено, и момент будет упущен [52].

Используя весь потенциал ребенка, а также все особенности возраста, например, желание выделиться, быть в центре внимания, заслужить похвалу (детский эгоцентризм) и прочее, мы направляем его энергию и чувственную активность в сферу формирования в его сознании пространственных представлений. Так, обучая ребенка, мы не отрываем его от действительности и имеющихся у него представлений, а развиваем их, предлагая посильные для выполнения задачи. Важно, чтобы ребенок творил в привычной для него среде трехмерного пространства и каждое занятие было для него небольшим открытием. Новые пространственные фигуры, невиданные ранее формы: пирамида, конус, октаэдр, призма и другие, возможность их наблюдать, осмысливать взаимное расположение частей и целого, сравнивать и сопоставлять, самому конструировать создает для ребенка атмосферу творческой фантазии.

Для успешного оперирования пространственными представлениями необходимо иметь запас устойчивых геометрических образов, связанных с формой, величиной и взаимным расположением фигур. Устойчивость образов в представлении достигается, во-первых, воздействием информации на всю систему чувств ребенка, вызывающей в его сознании появление целого ряда ощущений. Поэтому при формировании пространственных представлений в процессе обучения целесообразно обеспечить комплексное использование разных средств наглядности (графических моделей) в сочетании с активной деятельностью самого ученика по построению и изображению геометрических фигур, изготовлению их моделей и т.п. Во-вторых, геометрический образ тем устойчивее, чем полнее он передает содержание предмета изучения (его форму, свойства). В связи с этим формирование пространственных представлений следует осуществлять от целого к его частям, а затем через познание частей, выявление связей, существующих между ними (количественных, особенностей взаимного расположения и других), к целому, но на качественно новом уровне. В-третьих, геометрический образ имеет более устойчивую структуру, если он построен не на основе изучения стационарного объекта, а на основе наблюдения способа его образования, движения, изменения. Поэтому знакомство с фигурами вращения, симметрией, переход от модели геометрического тела к его развертке, а от нее снова к модели и т. д. является эффективным при формировании пространственных представлений у дошкольников. В-четвертых, созданию устойчивого геометрического образа при обучении будет способствовать изучение геометрического материала в соответствии с выделенными этапами [26].

**2.2. Основные направления формирования пространственных представлений в начальном курсе математики**

Учет наиболее целесообразной последовательности формирования пространственных представлений в младшем школьном возрасте, предпосылок, присущих детям 6-10 лет и лежащих в основе данного процесса, а также анализ результатов специальных исследований, посвященных использованию пропедевтической работы по геометрии для формирования и развития пространственных представлений младших школьников, позволяет определить основные направления формирования пространственных представлений у детей младшего школьноговозраста [25]:

1. Формирование представлений о форме геометрических фигур.

2. Формирование представлений о взаимном расположении геометрических фигур.

3. Формирование представлений о геометрических величинах и их измерении (метрических представлений).

*Формирование представлений о форме предметов*

Формирование представлений о форме предметов предполагает формирование представлений:а) о форме как свойстве предметов окружающего мира,б) о пространственной фигуре как абстрактной форме предметов окружающего мира (куб – форма коробки, комнаты, шар – форма мяча, клубка, апельсина и т.п.),в) о плоской фигуре как части пространственной (квадрат – след грани куба, треугольник – след грани пирамиды и т.п.) или результата особого расположения геометрических фигур (пересечение прямой и точки дает луч, лучи с общим началом образуют угол и т.п.),г) об отличительных особенностях и свойствах плоских и объемных геометрических фигур,д) построение и изображение плоских и пространственных фигур,е) моделирование некоторых пространственных фигур.

В соответствии с вышеизложенным можно определить следующую методическую линию формирования представлений о форме.Сначала ребенок учится анализировать форму пространственной фигуры: выделять ее элементы (с помощью чувственного восприятия модели), определять их геометрическую форму (с помощью графических следов), количество, взаимное расположение (анализируя модель). Затем он накапливает представления о плоских геометрических фигурах, их отличительных особенностях и свойствах (с помощью сравнения, сопоставления и измерения). После этого полученные знания о плоских фигурах дети переносят на пространственные фигуры для описания их формы, но на качественно новом уровне. Сопоставляя и сравнивая пространственные фигуры между собой, учащиеся выявляют их отличительные особенности. В дальнейшем, обобщая отличительные особенности, они получают представление о свойствах объемных тел. Полученные знания закрепляются в процессе построения плоских фигур, конструирования разверток и моделирования геометрических тел. Таким образом, в результате анализа формы (выделения элементов геометрических фигур, определение их формы, взаимного расположения) осуществляется накопление представлений о плоских и пространственных фигурах, которые изучаются совместно (куб – квадрат, параллелепипед – прямоугольник, пирамида – треугольник, шар – круг и т.д.), изучаются их свойства [25, 26].

Формирование представлений о форме достигается с помощью приемов наблюдения и анализа формы моделей геометрических тел, сечения и разрезания моделей геометрических фигур, лепки, измерения, использования движения (вращение, симметрия, преобразования фигуры в равносоставленную, разбивание фигуры на части, составление фигуры из частей) и др.

Первоначальное представление ребенка о форме, размере, пространственном положении объектов создается на основе манипулирования реальными предметами. Например, в процессе игры ребенок, совмещая кубики сторонами, получает разные геометрические формы. Мяч в его сознании гладким, круглым предметом, который можно катать, легко ловить и т.д. Неосознанное выделение ребенком геометрических свойств предметов происходит в трехмерном пространстве, где он непосредственно соприкасается с формой. Поэтому в обучении, при формировании пространственных представлений целесообразно осуществлять переход от предметов жизненного пространства ребенка к их абстрактной геометрической форме [19, 25].

Использование в обучении объемных геометрических моделей куба, пирамиды, призмы, цилиндра и других поможет ребенку осуществлять переход от реальных предметов к геометрическим фигурам. Ценность модели как дидактического средства заключается в том, что она воспроизводит форму объекта, исключая другие его свойства.

Переход от трехмерного пространства к двухмерному, а от него к трехмерному, но уже не реальному, а геометрическому необходимо осуществлять в виде сменяющих и взаимодополняющих друг друга циклов. Переход от одного цикла к другому сопровождается формированием у ребенка качественно нового уровня восприятия пространства. Например, в первом классе у ребенка формируется представление о том, что клубок имеет форму шара, а коробка – параллелепипеда. Во втором классе ученик способен графически передать форму этих объектов, т.е. взаимное расположение, количество и геометрическую форму их элементов, опираясь на модели фигур. В третьем классе дети уже оперируют представлениями шара и параллелепипеда, способны изготовит их модели из бумаги на основе своих представлений.

Формирование пространственных представлений в первом классе начинается с рассмотрения объемных фигур с последующим изучением плоских фигур как частей элементов объемных. Формирование представлений о форме осуществляется в процессе игровой деятельности на основе непосредственного взаимодействия ребенка с реальными предметами и моделями геометрических фигур [25].

Уровень представлений учеников о форме объемных тел характеризуется способностью ребенка назвать отличительные особенности геометрических тел (геометрическую форму и количество граней, ребер вершин), передать форму фигур в виде модели из спичек и пластилина.

Во втором классе продолжается ознакомление учащихся с основными видами четырехугольников, из некоторыми свойствами, а так же телами вращения (конусом, цилиндром и другими). Но основным средством формирования представлений о геометрической форме является построение геометрических фигур. Учащиеся овладевают способами построения с помощью циркуля и линейки плоских геометрических фигур, усваивают некоторые приемы изображения геометрических тел.

Формирование представлений о правильных многоугольниках и их отличительных особенностях завершает знакомство учащихся в третьем классе с разнообразными геометрическими формами. Основным средством формирования представлений о пространственной форме на третьем году обучения является моделирование геометрических тел из бумаги.

*Формирование представлений о взаимном расположении предметов*

Формирование представлений о взаимном расположении фигур предполагает формирование представлений:

а) о расположении предметов «относительно себя» (справа, слева, сверху, снизу, спереди, сзади и т.д.),

б) о расположении предметов относительно другого предмета (справа, слева, сверху, снизу, спереди, сзади и т.д.),

в) о взаимном расположении фигур в пространстве и на плоскости (о взаимном расположении вершин, граней, ребер пространственных фигур, точек, прямых, отрезков на плоскости),

г) об элементарных преобразованиях геометрических фигур на плоскости и в пространстве (осевая и центральная симметрия, поворот, параллельный перенос).

Формирование представлений о взаимном расположении фигур способствует формированию умения графически изображать расположение точек, прямых, лучей и других фигур, показывать их расположение на моделях, рисунках, чертежах [2].

Методическая линия формирования представлений о взаимном расположении фигур будет заключаться в следующем. Сначала ребенок учится определять и описывать в соответствующих терминах расположение предметов в пространстве относительно себя, потом – положение предметов относительно других предметов. После этого он наблюдает взаимное расположение геометрических фигур в пространстве (на модели куба, пирамиды и т.п.), а в процессе построения в тетради знакомится с взаимным расположением фигур на плоскости. В дальнейшем рассмотрение взаимного расположения фигур используется как прием для получения и построения фигур, описания их геометрической формы. Формирование представлений, связанных с взаимным расположением фигур, осуществляется с помощью таких приемов, как моделирование, графическое экспериментирование, построение, анализ чертежей, сравнение и др.

Еще до школы дети накапливают большое число представлений о форме, размерах и взаимном расположении различных предметов в окружающем пространстве. Эти представления являются необходимой основой для формирования в дальнейшем важнейших геометрических представлений, а затем и понятий. Сооружая из «кубиков» разнообразные постройки, дети знакомятся не только с отношением взаимного положения предметов (выражаемыми словами «выше», «ниже», «в середине», «над», «под» и т.д.), но и обращая внимание на сравнение размеров предметов (выражая это словами «больше», «меньше», «шире», «уже» и т.д.) [13].

В подготовительный период с помощью практических упражнений уточняются пространственные представления учащихся. Этой цели служат задания типа: положите тетради слева, а учебник справа; найдите картинку в верхнем правом углу этой страницы; отступите от края тетради слева и сверху на две клетки и поставьте точку и т.д. Четкие пространственные представления необходимы не только для ориентирования на странице тетради, учебника, в окружающей обстановке, но и для усвоения порядковых отношений чисел в натуральной последовательности

На первых занятиях математики для формирования у учащихся пространственных представлений можно предложить задания типа: «заштрихуйте необходимую фигуру».

Рис. 1

Под первым квадратиком написано «правый нижний», а под вторым – «левый верхний». Какую звездочку необходимо заштриховать во втором квадрате?

Приведем примеры заданий на формирование представлений о взаимном расположении фигур, предлагаемых учащимся в первом классе [13]:

1. Кто сидит в классе справа от тебя? Слева от тебя? Сзади от тебя? Скажи: «Справа от меня сидит…..», «Передо мной сидит….»

2. Мама, папа и я сидели на диване и смотрели телевизор. В каком порядке мы сидели, если известно: а) я сидела слева от папы, а мама сидела справа от меня; б) мама сидела справа от меня, а папа – справа от мамы; в) папа сидел справа от меня и слева от мамы; г) папа сидел слева от меня и справа от мамы?

3. Назови предметы, которые находятся: а) впереди тебя; б) слева от тебя; в) справа от тебя. Повернись лицом к двери, сделай три шага вперед, один шаг влево, шаг назад и шаг вправо. Что сейчас дальше от тебя: окно или дверь?

В этих заданиях ведется работа по уточнению терминологии, связанной с отношением взаимного расположения предметов (выше, ниже, слева, справа и т.д.) Четкие представления учащихся, соответствующие правильному употреблению этих терминов, занимают значительное место в процессе формирования пространственных представлений младших школьников.

Учащимся вторых классов могут быть предложены следующие упражнения для формирования представлений о взаимном расположении фигур [13]:

1. Точки А и В лежат на прямой по одну сторону от точки О. Какая из точек расположена дальше от точки О? Какая из них ближе?

2. Назовите точки: а) лежащие на прямой, б) лежащие по одну и ту же сторону от точки С; в) лежащие по разные стороны от точки О; г) не лежащие на прямой.

Здесь изучаются отношения взаимного расположения точки и прямой линии. Терминология «лежит на…», «не лежит на …..», «лежит по разные стороны от …..» и т.п. Здесь выступают уже не по отношению к конкретным вещам, а по отношению к геометрическим объектам.

1. Пересекутся ли прямые АМ и КО. Найдите точку пересечения прямых.

2. Начертите прямоугольник и круг внутри прямоугольника: а) отметь точку, лежащую внутри прямоугольника и не лежащую внутри круга; б) можно ли отметить точку, лежащую внутри прямоугольника и внутри круга?; в) отметить точку, лежащую вне прямоугольника (как она расположена: внутри или вне круга?)

3. Начертите треугольник и прямоугольник так, чтобы: а) прямоугольник лежал внутри треугольника; б) прямоугольник лежал вне треугольника; в) треугольник лежал внутри прямоугольника

Для формирования представлений о взаимном расположении фигур учащихся третьих классов могут быть предложены задания типа [19]: на рисунке даны изображения геометрических фигур и указаны направления, с которых художник выполнял эти рисунки. Найди рисунок: а) выполненный с направления 1; б) с направления 4; в) с направления 2; г) с направления 3.

 1 2

 3 4

Рис. 2

Знания учащихся о взаимном расположении фигур в третьем классе закрепляются в результате вычисления площади поверхности и объема геометрических тел, а так же в процессе моделирования, в частности, конструирование разверток объемных фигур.

*Формирование представлений о размере предметов*

Формирование представлений об измерении геометрических величин играет важную роль в формировании пространственных представлений, так как дает необходимую информацию для суждения об отношениях и связях, существующих между геометрическими фигурами, их свойствах и имеет большое практическое значение. Умение применять знания об измерении величин на практике является одним из главных показателей овладения детьми приемами измерения величин, поэтому данному направлению в формировании метрических представлений придается большое значение.

Формирование метрических представлений предполагает формирование представлений:а) о величине как свойстве предметов окружающего мира (уточняется смысл терминов «больше», «меньше», «шире», «уже», «длиннее», «короче» и др.),б) о длине, ее измерении и свойствах,в) о площади, ее измерении и свойствах,г) об объеме, его измерении и свойствах [25].

Таким образом, обращаясь к жизненному опыту ребенка, сначала выясняются и уточняются имеющиеся у него представления о данной величине. Затем однородные величины сравниваются (визуально, с помощью ощущений, наложением, путем использования различных мерок). Это критерий готовности ребенка к знакомству с единицей измерения данной величины и с измерительным прибором. Измерения на местности, в помещении и в тетради формируют измерительные умения и навыки учащихся и обеспечивают необходимую подготовку к введению новых единиц измерительной величины. Многократный опыт оперирования величиной помогает получить представление о свойствах величины. С целью формирования представлений о величинах и их измерении проводятся практические работы, используются упражнения, применяются демонстрационные и индивидуальные наглядные средства (модели геометрических фигур, таблицы мер, чертежи и т.п.), применяются индивидуальные, групповые и коллективные формы работы. Важную роль в формировании представлений о длине, площади, объеме играют движения, например, такие, как преобразование фигуры в равносоставленную фигуру квадрат – прямоугольник, куб – параллелепипед, прямоугольник – треугольник и т. п.); переход от объемной фигуры к плоской (развертка) и наоборот, что помогает при измерении и вычислении площади поверхности пространственных фигур [13].

Отношения между предметами, выраженные словами «одинаковые», «различные», «больший», «меньший» и др., устанавливаются либо на реальных предметах (полоски бумаги, палочки, мячи и т. д), либо на их изображениях (рисунки, чертежи). Каждый из приводимых с этой целью примеров должен четко выявлять основной признак, по которому выясняются эти отношения. Например, выясняя вопрос о том, какая из палочек «большая», важно обеспечить, чтобы обе палочки были одинаковой толщины или длины. Во всех случаях необходимо подбирать такие предметы, для которых «признак сравнения» хорошо заметен, однозначен и может быть легко выделен учащимися. Термин «одинаковые» (вещи, фигуры) истолковывается как «конгруэнтные» (равные). По мере изучения геометрических фигур этот термин будет заменен термином «равные» (например, равные отрезки).

Термины «больше» - «меньше» в каждом примере должны быть конкретизированы (заменены частными терминами), то есть четко и строго истолкованы. Например, при сравнении полосок (рис.) нецелесообразно спрашивать, какая из них больше или меньше.

Рис. 3

Лучше спрашивать: «Какая из полосок уже или шире?», «Какая из полосок короче, длиннее?». Выражение «Вася больше Кати» следует заменить выражением «Вася выше Кати».

Упражнения, способствующие формированию правильных и четких представлений, соответствующих терминам «больше» - «меньше», «выше» - «ниже», «над» - «под» и т.д., занимают значительное место в образовании пространственных представлений и, поэтому должны применяться в обучении младших школьников систематически. Минимум таких упражнений содержит учебник [2].

Уже при изучении чисел первого десятка дети знакомятся с сантиметром и используют его для измерения отрезков. Дальше меры длины вводятся в такой последовательности: дециметр, метр, миллиметр, километр.

Первая мера – сантиметр – вводится по образцу, как длина определенного отрезка, проще – как длина двух клеточек тетрадного листа. При выполнении измерения в сантиметрах на первых порах следует пользоваться не облегченными ученическими линейками, а бумажными полосками с сантиметровыми делениями.

Наиболее простым, но важным для контроля усвоения учащимися навыков измерения отрезков является упражнение: «Показать на линейке отрезок заданной длины». При этом ученик должен концом карандаша «пройти» вдоль всего найденного отрезка (вдоль края) от одного конца до другого, называя и указывая каждый следующий сантиметр [19].

Не следует торопится с использованием масштабной линейки с оцифрованной шкалой. Дело в том, что ученик, обращая внимание только на крайний конец измеряемого отрезка и на штрих, стоящий против него на шкале линейки, часто допускает грубые ошибки. Причиной ошибки является отсутствие внимания учеников к начальному штриху (не всегда совпадающему с отрезом линейки). Ученик совмещает начальный конец отрезка не с начальным штрихом шкалы и возникает ошибка.

Знакомство школьников с новой единицей длины – дециметром – целесообразно начать в связи с изучением второго десятка и завершить к началу изучения сотни.

Детям напоминают (если это было сделано), что высоту дома, длину забора, ширину улицы измеряют в метрах. Для измерения отрезков (кроме сантиметра) применяется еще одна единица измерения длины. Она меньше метра, но больше сантиметра и называется дециметром.

В одном дециметре содержится десять сантиметров. Учащихся знакомят с сокращенной записью: 1 дециметр – 1 дм. Учатся читать записи: 3 дм, 5 дм, 15 дм и т.д.

Каждый ученик изготавливает из полоски плотной бумаги или картона модель дециметра, с помощью которой будет строить отрезки заданной длины в тетради и на классной доске [2].

В практике измерения отрезков уже с первых шагов встречается случай, когда длина отрезка, например длина карандаша, в сантиметрах равна 12 см, а в дециметрах она больше 1 дм, но меньше 2 дм. В этом случае дети по своей инициативе говоря: «Длина карандаша 1 дм и еще 2 см». Учитель должен подсказать им, что в таком случае говорят: «Длина карандаша равна одному дециметру и двум сантиметрам» и показывает, как это записывается: 1дм 2 см. Учащиеся практикуются в вычерчивании отрезков, например, длиной 1 дм 5 см, 1 дм 9 см и т.п. Одновременно ставиться вопрос: «А сколько это будет сантиметров?».

Аналогичная работа проводится и при ознакомлении учащихся с метром. Затем устанавливаются отношения между единицами измерения (сколько сантиметров содержится в 1 дм, 1 м, сколько дециметров в 1 м).

Знакомя учащихся вторых классов с километром, не следует ограничиваться сообщением о том, что в 1 км содержится 1000 метров. Расстояние в 1 км следует непременно показать на местности, причем на местности достаточно открытой, чтобы она хорошо просматривалась. Оно должно быть отмерено либо шагами, либо, если позволяет время и место, с помощью рулетки. Очень важно, чтобы отмериваемое расстояние в 1 км находилось между двумя хорошо заметными ориентирами. В условиях города километровое расстояние можно выбрать так, чтобы оно находилось между ориентирами, если и не хорошо заметными издали, то хорошо известные детям. При этом допустимо, чтобы расстоянии отличалось от 1 км на 30-50 м.

Предварительно с учащимися проводиться работа по определению числа шагов, приходящихся на 10 м и на 100 м. Для этого каждый из учеников проходит заранее отмеренное расстояние в 100 м, считая при этом шаги. Для измерения любого другого расстояния теперь остается отсчитывать число шагов, соответствующие ста метрам, а затем – десяти метрам.. Вся работа, таким образом, сведется к отсчету шагов и последовательному прибавлению сотен и десятков метров, что легко может быть выполнено и устно [2].

Чтобы отмерить расстояние в 1 км учитель строит детей в пары и приводит их к началу выбранного маршрута. Обратив внимание детей на время выхода, учитель поручает первой паре, считая про себя шаги, отмерить первые 100 метров. Выполнив задание, пара уходит в хвост колонны, и следующие 100 метров отмеряет вторая пара, затем третья и т.д. Когда таким образом будет пройдено 1000 м, ученики останавливаются и учитель сообщает сколько потребовалось времени, чтобы пройти 1 км. Затем он показывает весь пройденный путь, а если это невозможно, называет те пункты, между которыми этот путь пролегает.

Ознакомление учащихся второго класса с миллиметром – наиболее сложная часть работы по ознакомлению учащихся с мерами длинны. Начинать ее следует с показа того, что введение новой единицы измерения, более мелкой, чем сантиметр, диктуется практической необходимостью. Это можно сделать, предложив детям измерить с помощью бумажных полосок с делением на сантиметр заранее начерченных на листах бумаги отрезки такой длины: 8 см 7мм и 9см2мм. Если отрезки начертить один под другим будет хорошо заметно, что они не одинаковые.

На своих линейках учащиеся видят, на сколько частей разделен каждый сантиметр. Учитель говорит, что одно деление, то есть один отрезок между двумя соседними черточками на линейке, называется миллиметром. Таким образом, дети наглядно убеждаются, что в 1 см содержится 10 мм.

Затем обучающиеся переходят к измерению. Первоначально осваивается одна главная операция – отсчет делений. На следующем уроке дети совершенствуют своё умение совмещать с концом измеряемого отрезка нулевую отметку линейки.

Затем дети овладевают умением правильно располагать глаз при отсчете делений. Важной задачей является установление отношений между мерами и приведением мер в систему [13].

Материал темы «Измерение площади» учащиеся усваивают с некоторым трудом. Объясняется это тремя причинами. Квадратные меры изучаются после того, как учащиеся хорошо усвоят единичные отношения линейных мер и овладеют навыками измерения длины. Название линейных и квадратных мер сходны, единичные же отношения различны. В отличие от линейных величин, измеряемых непосредственным сравнением с единицей измерения, площади измеряются качественным образом. Например, чтобы определить площадь прямоугольника, мы не выкладывает его единичными квадратами, а измеряем длину и ширину и полученные числа перемножаем. Наконец, на практике учащиеся сталкиваются с измерением площади значительно реже, чем с измерением длины [2].

Особое внимание должно быть обращено на раскрытие идеи измерения площади. Она состоит в том, чтобы для измерения площади необходимо определить, сколько единичных квадратов укладывается в данной фигуре.

Площадь как величина обладает двумя основными свойствами: 1) площади можно сравнивать; 2) площади можно складывать.

Для измерения площадей фигур применяют единичные квадраты, т.е. квадраты стороны которых равны единице. Такими квадратами могут быть квадраты со сторонами 1 см, 1 дм, 1 м. Их принято называть квадратным сантиметром, квадратным дециметром, квадратным метром соответственно. Чтобы найти площадь фигуры, необходимо сосчитать количество единичных квадратов.

По мере изучения единиц измерения площади устанавливают соотношение между мерами и приведение их в систему. Выясняется, что 1 кв.дм содержит 100 кв. см и записывается это так: 1 кв. дм = 100 кв. см.

Квадратный метр – широко распространенная в жизни единица измерения площади. Ею исчисляется площадь помещений. Поэтому следует хорошо познакомить детей с измерением площадей помещений.

Необходимо сообщить детям, что площадь фигуры можно найти с помощью палетки. «Мы выяснили, что площадь фигуры можно измерить (как можно измерить и длину отрезка)». Для этого у нас есть единица измерения (квадратный сантиметр). Но для измерения длины отрезков имеется специальный инструмент. Мы с ним хорошо знакомы. Это масштабная линейка. С помощью какого инструмента измеряют площадь, есть ли такой инструмент? Да, есть. Он называется палетка.

Примерно так может начать свою беседу учитель. Учащимся показывается палетка, способ ее применения для измерения площадей различных фигур.

Проведя достаточное количество упражнений, учитель переходит к выводу правила вычисления площади прямоугольника. В этом процессе можно выделить несколько последовательных этапов.

I этап (исходный). Подсчет числа квадратных сантиметров когда все они видны (фигура разбита на квадратные сантиметры). Он еще не связывается с размерами прямоугольника – его высотой и основанием (или длиной и шириной). Дети в этом случае обнаруживают полосы, на которые делится прямоугольник, замечают, что каждая полоса содержит одно и то же число квадратных сантиметров. После этого уменьшают число квадратных сантиметров в одной полосе на число полос.

II этап. Дети обнаруживают, что число квадратных сантиметров в одной полосе равно длине прямоугольника в сантиметрах, а число полос равно ширине этого прямоугольника (так же в сантиметрах). После обобщения полученных сведений делается вывод : «Площадь прямоугольника (в квадратных сантиметрах) равна произведению длины его основания (в сантиметрах) на длину высоты (в сантиметрах)» [2].

Таким образом, формирование метрических представлений происходит параллельно с формированием представлений о форме и взаимном расположении фигур и имеет большое практическое значение. Они дают необходимую информацию об отношениях и связях, существующих между геометрическими фигурами, их свойствах. В процессе формирования представлений о геометрических величинах учитывается тесная взаимосвязь геометрии плоскости и пространства, используются различные средства наглядности, межпредметные связи.

**2.3. Опытно-экспериментальная работа по исследованию процесса формирования и развития пространственных представлений**

**младших школьников**

Цель опытно-экспериментальной работы доказать эффективность разработанного комплекса упражнений, ориентированных на формирование пространственных представлений обучающихся, повысить уровень развития пространственных представлений детей экспериментального класса посредством использования этого методического комплекса упражнений.

Данная работа проходила на базе МБОУ Починковской СШПочинковского района Нижегородской областив двух вторых классах: 2 «А»и 2 «Б». Вся работа проводилась в три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный.

*Констатирующий эксперимент*

На первом этапе был проведен*констатирующий* эксперимент. В контрольном (2«А») и экспериментальном (2«Б») классах проводилась самостоятельная работа, целью которой на этом этапе было определение уровня развития способности учащихся оперировать в мышлении пространственными образами.

Задание следующее: дан рисунок:

Рис. 4

- отметь красным карандашом точку, которая расположена внутри квадрата, но вне треугольника и круга;

- синим карандашом точку расположенную внутри треугольника, но вне квадрата и круга;

- зеленым *-* внутри круга и треугольника, но вне квадрата;

- желтым - внутри квадрата и круга но вне треугольника.

- коричневым — внутри всех фигур;

- черным - точку расположенную вне треугольника, круга квадрата.

Работа проводилась 10 минут. Во 2«А» –13 человек, во 2«Б» – 19.

Во 2«А» классе полностью справились с заданием 15% учащихся (2 человека). По одной ошибке допустили – 61% (4 человека), по 2 ошибки – 15% (2 человека), не справились с заданием – 9% (1 человек). В целом же класс хорошо справился с работой, некоторые закончили раньше предполагаемого времени. Во 2«Б» классе полностью справились с заданием 16% учащихся (3 человека). По ошибке допустили 53% учащихся (10 человек), 21% учащихся (4 человека) допустило по 2 ошибки, не справились с заданием 10% (2 человека). Темп работы в этом классе был несколько медленнее, чем в предыдущем.

Для подсчета среднего балла условно была выставлены оценки:

2 «А» – 13 человека, 2 «Б» – 19 человека,

на 5 – 2 человека; на 5 – 3 человека;

на 4 – 8 человек; на 4 – 10 человек;

на 3 – 2 человека; на 3 – 4 человека;

на 2 – 1 человек на 2 – 2 человека.

Для того, чтобы определить абсолютный прирост знаний (А), надо найти средний балл (Х): Х=(Σ\*хi)/n, где *хi –* оценка учащихся, n – число учащихся.

В экспериментальном классе (2 «А») он равен: Х1 =  = 3,8.

В контрольном классе (2«Б»): Х1 =  = 3,7.

Таким образом, средние баллы в контрольном и экспериментальном классах приблизительно одинаковы. Исходя из полученных данных, можно сделать следующие выводы: у большинства обучающихся имеется основа для развития пространственного мышления, опираясь на которые нужно формировать и развивать пространственные представления.

*Формирующий эксперимент*

Цельследующего этапа эксперимента –*формирующего* – показать эффективность предложенного комплекса упражнений для повышения уровня развития пространственных представлений детей. Работа проводилась только во 2 «Б» классе (экспериментальном).

Комплекс упражнений составлялся с учетом реализации направлений формирования пространственный представлений младших школьников, описанных в п.2.2. этой главы.

Деятельность по решению задач играет основную роль в формировании пространственных представлений. Упражнения, предназначенные для детей младшего школьного возраста, преимущественно описывают жизненные ситуации, показывают возможность использования геометрических знаний в реальной действительности и вызывают эмоциональный отклик у дошкольников, который стимулирует желание выполнить задание.

Задачам, направленным на формирование и развитие того или иного умения, обязательно должны предшествовать практические задания. Для развития пространственных представлений важно рассматривать пространственные объекты не стационарно, а на основе наблюдения способа его образования, движения, изменения, в связи с чем большое значение будет иметь практическая деятельность детей с предметами, в которой значительное место должно быть отведено получению тактильных осязательных ощущений, восприятию плоских и объемных объектов для формирования правильных глубинных ощущений. Поэтому, знакомство с фигурами вращения, симметрией, переход от модели геометрического тела к его развертке, а от нее снова к модели, применение сечений, разрезания моделей, превращение одной фигуры в другую без изменения площади и т.п. является эффективным для формирования пространственных представлений у детей младшего школьного возраста.

На основе собственных практических действий младшие школьники знакомятся со свойствами рассматриваемых фигур, учатся применять знания на практике. В процессе решения задач на построение, изображение, моделирование пространственных объектов у них развиваются умения отчетливо представлять себе данные объекты, мысленно выполнять конструктивные операции над их элементами.

Для выполнения практических заданий могут использоваться и подручные средства, и промышленные конструкторы. Развитие пространственных представлений может осуществляться с применением лепки, вырезания из бумаги, развивающих игры («Оригами», «Танграмм» и др.). Например, такое качество пространственных представлений, как динамичность, определяется умением мысленно изменять положение объекта. Формированию этого умения способствуют игры «Танграмм», «Китайские кастеты», «Паркеты». Они основаны на умении изменять на плоскости положение основных деталей так, чтобы из них можно было составить требуемый рисунок. Также эти игры связаны с умением изменять структуру объекта, так как в основе трансформации структуры объекта лежит изменение положений элементов, составляющих данный объект. Умение мысленно воссоздать структуру объекта требует и игра «Кирпичики», в которой по данным видам объекта учащиеся должны сконструировать из брусков, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов, сам объект и дать ему название. Кроме того, данная игра способствует развитию проективных представлений. Практическая реализация пространственных образов позволяет корректировать пространственные представления детей наиболее эффективным образом: неточности и ошибки они находят и исправляют сами [24, 25].

Приведем примеры упражнений, используемых на формирующем этапе экспериментальной работы.

Приведем примеры заданий на формирование *представлений форме* предметов [2, 5, 8, 11, 27, 31 и др.].

1. Сколько нужно палочек, чтобы сложить квадрат? Какие палочки нужно взять?

2. Сколько треугольников можно составить из шести спичек?

3. Сколько палочек и сколько кусочков пластилина нужно взять, чтобы сложить один треугольник?

4. Сколько сторон у каждого шестиугольника?

5. Сколько и каких палочек нужно взять, чтобы сделать один прямоугольник?

6. Коля сделал из палочек один четырехугольник, и один треугольник. Сколько палочек взял для этого Коля?

7. Это четырехугольники. Посмотрите вокруг себя и покажите предметы треугольной, четырехугольной формы.

Рис. 5

Здесь представлены упражнения, расширяющие и уточняющие представления учащихся о фигурах. С первых же шагов обучения нужно обращать внимание не только на правильные многоугольники. Следует применять вариантность, как в отношении расположения многоугольников, так и их вида. Чаще оперировать с многоугольниками общего вида.

8. Покажи, какой рисунок второго столбца является изображением предмета первого столбца.



Рис. 6

9. Справа на рисунке даны бумажные выкройки, а слева – склеенные из этих выкроек предметы. Какая выкройка соответствует каждому из предметов?



Рис. 7

10. На данном рисунке найдите все возможные фигуры.

 а) б)

Рис. 8

11. На рисунке даны фигуры. Выберете из них конусы.

Рис. 9

12. Сравнить модели фигур, выявить их сходство и различие.

13. По рисункам соберите конструкции из кубиков и определите, какой вид конструкции указан рядом с рисунком?

Рис. 10

14. Проверьте, правильно ли собрана конструкция по трем её видам.

Рис. 11

15. Найдите одинаковые кубики в каждом ряду.



Рис. 12

16. Что произошло с кубиком? (Его повернули.) Как его повернули? Покажите. (Дети смотрят на картинку и поворачивают кубик, чтобы получить такой же как на картинке) И наоборот: деnи поворачивают кубик и ищут его на рисунке.

Рис. 13

Рассмотрим задания на формирование представлений *о взаимном расположении фигур* и наформирование *метрических представлений*[6, 11, 13, 18, 26, 39, 44 и др.]:

1. Кто выше: корова или собака? Кто ниже? Что шире: ручей или река? Что уже?

2. На рисунке изображены мячи – баскетбольный, теннисный и футбольный. Какой из них больше? Можно ли сказать: «Баскетбольный мяч больше футбольного»? «Теннисный мяч ... футбольного». «Баскетбольный мяч ... теннисного». Вставьте пропущенные слова.



Рис. 14

3. Покажи и назови, у кого самая длинная шея? Самые длинные уши? Самый короткий хвост? (Сравниваются белка, жираф, заяц).

4. Заштрихуйте необходимую фигуру.

Рис. 15

Под первым квадратиком написано «правый нижний», а под вторым – «левый верхний». Какую звездочку необходимо заштриховать во втором квадрате?

5. Кто сидит на занятии справа от тебя? Слева от тебя? Сзади от тебя? Скажи: «Справа от меня сидит…..», «Передо мной сидит….»

6. Мама, папа и я сидели на диване и смотрели телевизор. В каком порядке мы сидели, если известно: а) я сидела слева от папы, а мама сидела справа от меня; б) мама сидела справа от меня, а папа – справа от мамы; в) папа сидел справа от меня и слева от мамы; г) папа сидел слева от меня и справа от мамы?

7. Назови предметы, которые находятся: а) впереди тебя; б) слева от тебя; в) справа от тебя. Повернись лицом к двери, сделай три шага вперед, один шаг влево, шаг назад и шаг вправо. Что сейчас дальше от тебя: окно или дверь?

В этих заданиях ведется работа по уточнению терминологии, связанной с отношением взаимного расположения предметов (выше, ниже, слева, справа и т.д.) Четкие представления, соответствующие правильному употреблению этих терминов, занимают значительное место в процессе формирования пространственных представлений детей старшего дошкольного возраста.

8. Выполни рисунок в тетради (А, Б, В, Г, Д). Продолжи линию так, чтобы закрашенная фигура оказалась внутри (рис. А), вне (рис. Б), на линии (рис. В);

А) Продолжи красным карандашом (рис. Г) и соедини линию так, чтобы круг оказался внутри, а квадрат вне замкнутой линии.

Б) Продолжи синим карандашом линию так, чтобы круг оказался вне, а квадрат - внутри замкнутой линии.

В) Квадрат – вне замкнутой линии, круг – внутри, а треугольник – на грани (рис. Д).

 А Б

 В Г Д

Рис. 16

9. Точки А и В лежат на прямой по одну сторону от точки О. Какая из точек расположена дальше от точки О? Какая из них ближе?

 О А В

Рис. 17

10. Назовите точки: а) лежащие на прямой, б) лежащие по одну и ту же сторону от точки С; в) лежащие по разные стороны от точки О; г) не лежащие на прямой.

 В O С

 А N

Рис. 18

Здесь изучаются отношения взаимного расположения точки и прямой линии. Терминология «лежит на…», «не лежит на …», «лежит по разные стороны от …» и т.п. Здесь выступают уже не по отношению к конкретным вещам, а по отношению к геометрическим объектам.

11. Пересекутся ли прямые АМ и КО. Найдите точку пересечения прямых.

 М

 К

 А О

Рис. 19

12. Отрежьте две полоски одинаковой длины.

13. Отрежьте две полосы одинаковой ширины, но разной длины и цвета.

14. Назови предметы, игрушки и другие вещи, имеющие форму шара.

15. Рассмотри рисунок. Сколько этажей расположено между 2-м и 5-м этажами? Сколько этажей расположено выше третьего этажа? Сколько этажей расположено ниже четвертого этажа?

16. Для игры в круговую лапту становятся так, чтобы образовался круг. Водящий становится внутри круга. Начертите круг и отметьте внутри круга три точки.

17. На рисунках даны изображения геометрических фигур и указаны направления, с которых художник выполнял эти рисунки. Найди рисунок: а) выполненный с направления 1; б) с направления 4; в) с направления 2; г) с направления 3 [26].

 1 2

3 4

Рис. 20

18. Раскрась черным карандашом клеточку, расположенную на пересечении двух полосок. Отсчитай от неё:

- вправо 2 клеточки и третью закрась простым карандашом;

- вниз четыре клеточки и пятую закрась зеленым карандашом;

- влево 3 клеточки и четвертую - желтым карандашом.

Рис. 21

19. Найди на рисунке клеточку, закрашенную в черный цвет. Отсчитай от черной клеточки вправо 4 клеточки и пятую закрась красным карандашом; от красной клеточки влево сделай 4 шага и закрась клеточку, синим карандашом; от синей клеточки вверх сделай 3 шага и закрась клеточку желтым карандашом; от желтой клеточки пройди два шага и закрась клеточку зеленым карандашом; отступи от зеленой клетки вправо две клеточки и третью закрась коричневым карандашом.

В этом задании уточняются отношения, выраженные словами «одинаковые» - «разные», «больше» - «меньше». Каждый из приводимых с этой целью примеров должен четко выявлять основной признак, по которому выясняются эти отношения. Говоря о том, какие из сравниваемых предметов «одинаковые» или какой из них «больше», необходимо подбирать такие предметы, для которых «признак сравнения» хорошо заметен и может быть легко выделен учащимися. Например, легко сравнивать два шара различного диаметра и различного цвета, но трудно (на первых порах) - шары различного диаметра, и одинакового цвета [44].

При выполнении подобных упражнений необходимо подчеркнуть, что при сравнении вещей нас интересует не материал, из которого сделаны вещи, не цвет вещи, а их другие качества: размеры, взаимное расположение элементов, форма.

Работа по уточнению терминологии, связанной с отношениями взаимного расположения предметов (выше, ниже, левее, правее, над, под, между и т.п.) способствует правильному употреблению этих терминов, занимает значительное место в процессе формирования пространственных представлений младших школьников.

Систематическое и комплексное применение заданий всех данных типов будет способствовать формированию и развитию пространственных представлений детей младшего школьного возраста [25].

*Контрольный эксперимент*

С целью обнаружения положительной динамики в процессе развития пространственных представлений учащихся был проведен *контрольный* эксперимент. Детям контрольного и экспериментального классов была предложена вторая работа для выявления абсолютного прироста знаний, цель которой – определить, изменился ли уровень сформированности пространственных представлений обучающихся.

Учащимся были предложены следующие задания:

1. Какие фигуры здесь спрятались?

Рис. 22

2. Какое изображение получится, если на конус посмотреть: сверху; сбоку; снизу? Нарисуйте его.

3. Представьте, какой рисунок получится, если первые два квадрата наложить друг на друга? Изобразите рисунок в третьем квадрате.

Рис. 23

4.Укажите точки: а) лежащие на прямой; б) лежащие по одну и ту же сторону от точки С; в) лежащие по разные стороны от точки О.

 В О С

 А N

Рис. 24

5. Справа на рисунке даны выкройки (А,Б,В), а слева – склеенные из этих выкроек предметы. Какая выкройка соответствует конкретному из предметов?



Рис. 25

Результаты второй работы у учащихся 2 «А» и 2 «Б» следующие. Во 2 «А» классе полностью с этой работой справилось 30% учащихся (4 человека), одну ошибку допустило 61% учащихся (8 человек), две ошибки допустило 9% учащихся (1 человек). В целом, с заданием справились все дети. Наибольшие трудности вызвало третье задание. Во 2 «Б» классе с работой справились 16% учащихся (3 человека), по одной ошибке допустило 63% учащихся (12 человек). По две ошибки допустило 16% учащихся (3 человека), не справилось с работой 5% (1 человек). При этом с четвертым заданием справились все учащиеся, первое и третье задания вызвало наибольшую трудность.

2 «А» – 13 человек, 2 «Б» – 19 человек,

на 5 – 4 человека; на 5 – 3 человека;

на 4 – 8 человек; на 4 – 12 человек;

на 3 – 1 человека; на 3 – 3 человека;

на 2 – 0 человек на 2 – 1 человека.

Для того, чтобы определить абсолютный прирост знаний (А), надо найти средний балл(Х): Х=(Σ\*хi)/n, где *хi –* оценка учащихся, n – число учащихся.

В контрольном классе (2«А»): Х2 =  = 3,8.

В экспериментальном классе (2 «Б») он равен: Х2 =  = 4,2.

Абсолютный прирост знаний: **А** = 3,8 – 3,7 = 0,1 (2 «А» класс).

**А** = Х2 – Х1 = 4,2 – 3,8 = 0,4 (2 «Б» класс).

Для характеристики успеваемости учащихся данных классов выявили относительный прирост знаний (**О**). Он находится как отношение средних баллов: 2 «А» класс: **О** = 3,7 : 3,8 = 0,97.

2 «Б» класс: **О** = Х1 : Х2 = 3,8 : 4,2 = 0,90

Результаты эксперимента представлены в таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Количествоучащихся | Средниебаллы | А | О |
| 1 к/р | 2 к/р |
| 2 «А» – 19 чел. | 3.7 | 3.8 | 0.1 | 0.97 |
| 2 «Б» – 13 чел. | 3.8 | 4.2 | 0.4 | 0.90 |

Таким образом, произошел как абсолютный прирост знаний, показывающий на сколько долей балла произошел в среднем прирост знаний на одного ученика, так и относительный прирост знаний, показывающий во сколько раз на одного ученика увеличился прирост знаний. Результаты опытно-экспериментальной работы подтвердили выдвинутую гипотезу исследования.

**Выводы по главе 2**

Вторая глава выпускной квалификационной работы посвящена рассмотрению методических аспектов формирования пространственных представлений детей младшего школьного возраста средствами математики. Здесь рассмотрены основные этапы, принципы и направления формирования пространственных представлений обучающихся.

Формирование геометрических образов в представлении ребенка следует осуществлять в три этапа: переход от предметов жизненного пространства ребенка к пространственным формам; переход от пространственных форм к элементам двумерного пространства (плоскости); переход от элементов плоскости к элементам трехмерного, но уже не реального, а геометрического пространстваю

Основными направлениямиформирования пространственных представлений младших школьников являются:формирование представлений о форме; формирование представлений о взаимном расположении пространственных объектов и их элементов;формирование представлений о размере пространственных объектов.

Во второй главе исследования рассмотрены методические особенности реализации этих направлений в процессе формирования пространственных представлений младших школьников. Также здесь представлен методический комплекс упражнений, ориентированных на формирование пространственных представлений детей младшего школьного возраста: упражнения на изучение формы, взаимного расположения предметов, их сравнение, на формирование метрических представлений детей.

Полученные теоретические выводы подтверждены данными опытно-экспериментальной работы, результаты которой описаны качественно и количественно.

Экспериментальная работа проводилась в три этапа. Констатирующий эксперимент показал, что у большинства учащихся имеется основа для развития пространственного мышления, опираясь на которые нужно формировать и развивать пространственные представления.

Основная цель следующего этапа эксперимента (формирующего) – повысить уровень развития пространственных представлений детей, путем включения в процесс обучения математике упражнений из разработанного методического комплекса.Он включал упражнения на исследования свойств пространственных объектов; упражнения на изображение и конструирование образов пространственных объектов; упражнения на оперирование образами геометрических объектов.

С целью обнаружения положительной динамики в процессе развития пространственных представлений учащихся был проведен контрольный эксперимент. Детям контрольного и экспериментального классов была предложена вторая диагностическая работа по выявлению абсолютного прироста знаний, цель которой – определить, изменился ли уровень сформированности пространственных представлений обучающихся.Контрольный эксперимент показал, произошел как абсолютный, так и относительный прирост знаний учащихся.

Таким образом, результаты опытно-экспериментальной работы подтвердили выдвинутую гипотезу исследования: использование в учебном процессе начальной школы комплекса упражнений, разработанного с учетом основных направлений формирования пространственных представлений, способствует повышению уровня развития пространственных представлений учащихся, их интереса к предмету.

**Заключение**

Выпускная квалификационная работа посвящена рассмотрению теоретических основ и методических особенностей формирования и развития пространственных представлений детей младшего школьного возраста.

В настоящее время в качестве одного из главных критериев математического развития личности многие психологи рассматривают уровень развития пространственного мышления, который характеризуется умением оперировать пространственным образом. Математика является одним из тех предметов, при изучение которого важное место отводится зрительному каналу поступления информации.

Формирование пространственных представлений у младших школьников является неотъемлемой частью процесса обучения математике в школе. Успех работы по формированию и развитию пространственных представлений детей определяется выполнением общих методических условий с учетом психологических особенностей детей младшего школьноговозраста.

Первая глава исследования содержит описание психолого-педагогических основ, определяющихметодику формирования пространственных представлений детей младшего школьноговозраста. Здесь проведен анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы с целью научно-теоретического анализа понятия пространственных представлений, а также процесса формирования пространственных представлений. Под «формированием представлений» понимается процесс отражения и закрепления в памяти объекта и его дальнейшее уточнение, обогащение и осмысливание в процессе разнообразной деятельности. В этой главе выделены основные предпосылки, лежащие в основе формирования пространственных представлений младших школьников.

Учитывая психологические особенности ребенка в восприятии пространственных характеристик, процесс формирования пространственных представлений целесообразно осуществлять в три этапа: 1 этап – переход от предметов жизненного пространства ребенка к пространственным формам; 2 этап – переход от пространственных форм к элементам двумерного пространства (плоскости); 3 этап – переход от элементов плоскости к элементам трехмерного, но уже не реального, а геометрического пространства.

Во второйглаве работы раскрываются методические аспекты формирования пространственных представлений детей младшего школьноговозраста средствами математики. Здесь рассмотрены этапы формирования пространственных представлений у детей младшего школьного возраста, выделены основные направления реализации этого процесса в начальной школе – это формирование представлений о форме, о взаимном расположении и о размере предметов.

Формирование представлений о форме предполагает формирование представлений: о форме как свойстве предметов окружающего мира, о пространственной фигуре как абстрактной форме предметов окружающего мира (куб – форма коробки, комнаты, шар – форма мяча, клубка, апельсина и т.п.), о плоской фигуре как части пространственной (квадрат – след грани куба, треугольник – след грани пирамиды и т.п.) или результата особого расположения геометрических фигур (пересечение прямой и точки дает луч, лучи с общим началом образуют угол и т.п.), об отличительных особенностях и свойствах плоских и объемных геометрических фигур, построение и изображение плоских и пространственных фигур, моделирование некоторых пространственных фигур.

Формирование представлений о взаимном расположении предполагает формирование представлений: о расположении предметов «относительно себя» (справа, слева, сверху, снизу, спереди, сзади и т.д.), о расположении предметов относительно другого предмета (справа, слева, сверху, снизу, спереди, сзади и т.д.), о взаимном расположении фигур в пространстве и на плоскости (о взаимном расположении вершин, граней, ребер пространственных фигур, точек, прямых, отрезков на плоскости) и др.

Формирование представлений о размере предметов предполагает формирование представлений: о величине как свойстве предметов окружающего мира (уточняется смысл терминов «больше», «меньше», «шире», «уже», «длиннее», «короче» и др.), о длине, ее измерении и свойствах и др.

В исследовании представлен комплекс упражнений геометрическогосодержания, разработанный с учетом основных направлений формирования пространственных представлений, описана методика работы с ними.Упражнения комплекса использовались на формирующем этапе опытно-экспериментальной работы. Результаты опытно-экспериментальной работы подтвердили гипотезу исследования.

Таким образом, полученные в ходе исследования результаты позволяют сделать вывод, что все поставленные задачи исследования решены, цель исследования достигнута.

**Литература**

1. Арнхейм Р. Визуальное мышление// Хрестоматия по общей психологии. – М.: Изд-во МГУ, 1981.

2. Белошистая, А.В. Методика обучения математике в начальной школе: – М: Гуманитар. Изд. Центр ВЛАДОС, 2007. – 455 с.

3. Блонский П.П. Развитие мышления школьника. - М.: Учпедгиз, 1935. – 128 с.

4. Выготский Л.С. Динамика умственного развития школьника в связи с обучением / Педагогическая психология. – М.: Педагогика, 1991. – 290 с.

5. Галкина О.И. Развитие пространственных представлений у детей// Проблема восприятия пространства и пространственных представлений. Под ред. Ананьева Б.Г., Ломова Б.Ф. – М.: Изд. АПН РСФСР, 1961. - С.86.

6. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при изучении геометрии. – М.: Педагогика, 1978. – 104 с.

7. Грегори Р. Глаз и мозг. Психология зрительного восприятия. – М.: Прогресс, 1970.

8. Далингер В.А. Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии. – Омск, 2002. – 96 с.

9. Далингер В.А. Об аналогии в планиметрии и стереометрии // Математика в школе. 2010. № 6. С. 34-38.

10. Детская психология// Педагогическая энциклопедия в 4-х томах. Т.1 – М.: Изд-во Сов. энциклопедия, 1964. – С. 671-678.

11. Зак А.З. Как определить уровень развития мышления школьников. – М.: Просвещение, 1982. – 96 с.

12. Зак А.З. Развитие умственных способностей младших школьников. – М.: Просвещение, 2004. – 320 с.

13. Знаменская Е.В. Формирование пространственных представлений у младших школьников при изучении геометрического материала: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – М.,2011. – 201 с.

14. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя / под ред. А.Г Асмолова. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2011

15. Кабанова-Меллер Е.Н. О развитии логического мышления у школьников// Советская педагогика. 1956. № 4. С.28-38.

16. Каплунович И.Я. Показатели развития пространственного мышления школьников // Вопросы психологии. 2001. № 5. С.151-157.

17. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе// Общая методика. – М.: Просвещение,1975. – 462 с.

18. Кондрушенко Е.М. Формирование пространственных представлений в связи с развитием логического мышления учащихся при изучении начал стереометрии: Атореф. дисс. ... канд. пед. наук. – М., 2013. – 16 с.

19. Кочеткова И.А. Развитие пространственного мышления школьников при изучении геометрического материала в курсе математики начальных классов: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – М., 2012. – 202 с.

20. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.

21. Лейтес Н.С. Индивидуальные различия в способностях // Психологическая наука в СССР. – Т. 2. – М.: АПН РСФСР, 1960. – С. 74-80.

22. Линькова Н.П. К вопросу о развитии пространственного мышления// Вопросы психологии способностей школьников. – М.: Просвещение, 2004. – С. 65.

23. Ломов Б.Ф. Особенности развития представлений о пространстве в процессе первоначального обучения черчению. – М.: Известия АПН РСФСР, 1956. Вып.86. – С. 207-221.

24. Лурия А.Р. Ум мнемониста// Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления. – Изд-во МГУ, 1981.

25. Маклаева Э.В. Специфика формирования пространственных представлений в процессе обучения математике. – Арзамас: АГПИ, 2003, - 77с.

26. Маклаева Э.В. Развитие пространственных представлений в начальном курсе математики. – Арзамас: АГПИ, 2006, - 82с.

27. Маслова Г.Г. Развитие пространственных представлений учащихся восьмилетней школы при решении задач по геометрии// Математика в школе. 2014. № 3. С. 36-44.

28. Немов Р.С. Психология. Учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений. В 2-х кн. Кн. 1. Психология образования. – М.: Просвещение: Владос, 1994. – 512 с.

29. Немов Р.С. Психология. Учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений. В 2-х кн. Кн. 2. Психология образования. – М.: Просвещение: Владос, 1994. – 496 с.

30. Никитина Г.Н., Культина Л.Ф., Пыжьялова А.Н. О развитии пространственного мышления студентов// Математика в школе. 2013. № 4. С.32-37.

31. Пардала А. О системе задач для формирования пространственных представлений// Математика в школе. 2012. № 5. С. 14-17.

32. Пардала А. Тест как средство исследования пространственного воображения// Математика в школе. 2010. № 3. С. 75-80.

33. Планируемые результаты начального общего образования/ Под ред. Г.С. Ковалевой, О.Б. Логиновой – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2011.- (Стандарты второго поколения)

34. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Начальная школа / Сост. Е.С. Савинов. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2011.- (Стандарты второго поколения)

35. Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1961. – 208 с.

36. Пиаже Ж. Роль действия в формировании мышления // Вопросы психологии. 1965. № 6. С. 33-51.

37. Постнов А.А. Формирование и развитие пространственных представлений у учащихся восьмилетней школы с применением средств наглядности: Дисс. ... канд. пед. наук. – М., 2012. – 307 с.

38. Психологический словарь/ Под ред. В.В. Давыдова и др. – М.: Учпедгиз, 1964. – 334 с.

39. Резник Н.А. Использование и развитие визуального мышления на уроке математики: Дисс. … канд. пед. наук. – Л., 2001. – 234 с.

40. Резник Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления: Автореф. дисс. ... докт. пед. наук. – М., 2007. – 32 с.

41. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Изд. Московского ун-та, 1959. – 575 с.

42. Рубинштейн С.Л. Проблема способностей и вопросы психологической теории// Вопросы психологии. 1960. № 3. С. 3-15.

43. Сакулина Н.П. Рисование в дошкольном детстве. – М.: Просвещение, 1965. – 95 с.

44. Саранцев Г.И. Решаем задачи на геометрические преобразования. – М.: АО «СТОЛЕТИЕ», 2007. – 192 с.

45. Сластенин В.А., Подымова Л.С. Педагогика: инновационная деятельность. – М.: «Магистр», 1997. – 227 с.

46. Стойлова Л. П. Математика. – М.: Академия, 2007.

47. Фетисов А.И. Формирование пространственных представлений при изучении преобразований// Формирование и развитие пространственных представлений учащихся. / Под ред. Н.Ф. Четверухина. – М.: Просвещение, 1964. Вып1 – С. 42-58.

48. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

49. Шемякин Ф.Н. Некоторые теоретические проблемы исследования пространственных восприятий и представлений// Вопросы психологии. 1968. №4. С. 18-28.

50. Шоластер Н.Н. О развитии глазомера и пространственного воображения учащихся в 6 классе // Математика в школе. 2013. № 5. С. 35-38.

51. Якиманская И.С. Знание и мышление школьника. – М.: Знание., 1985. – 80 с.

52. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 239 с.